

UNIDAD 4: DINÁMICA

1. OPERACIONES CON VECTORES

1.1. SUMA DE VECTORES

1.1.1. MÉTODOS GRÁFICOS

1.1.1.1. Método del paralelogramo

Este método se utiliza para sumar gráficamente dos vectores.

Dados los dos vectores, se trasladan paralelos a sí mismos haciendo coincidir los orígenes.

Por el extremo (flecha) de cada uno de ellos se traza una paralela al otro vector, formando así un paralelogramo.

El vector resultante, o vector suma, es el vector cuyo origen es el mismo origen que los vectores dados, y su extremo se ubica en la intersección de las paralelas trazadas. Es decir, que el vector suma coincide con una de las diagonales del paralelogramo (Figura 1).

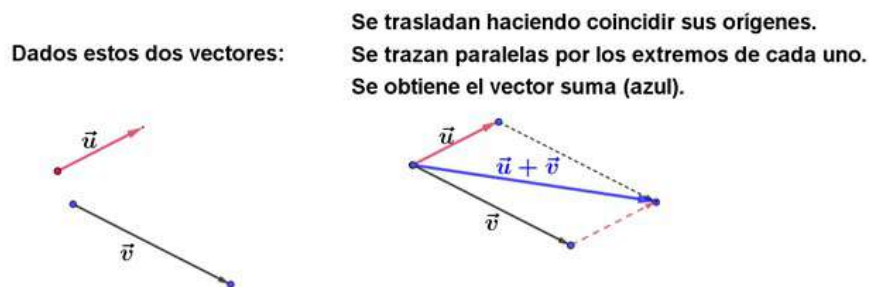


Figura 1

1.1.1.2. Método de la poligonal

Se puede utilizar para sumar gráficamente 2 o más vectores.

Como se puede ver en la Figura 2, los vectores a sumar se colocan uno a continuación de otro, lo que significa que se hace coincidir el extremo de un vector con el origen del siguiente. El vector suma o resultante es el que va del origen del primero al extremo del último.

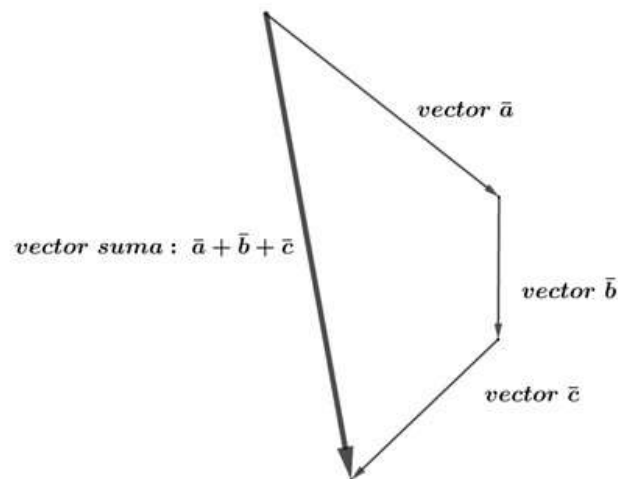


Figura 2

1.1.1.3. Opuesto de un vector

Los vectores no son ni positivos ni negativos. Un signo negativo delante de un vector significa que éste es opuesto a otro vector dado.



Este vector no es negativo, son de sentidos opuestos.

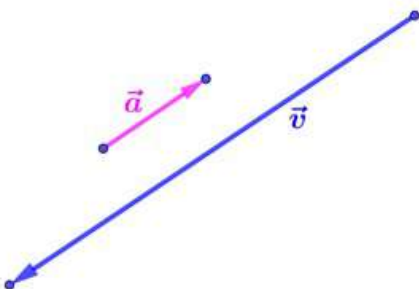
Dado el vector $\vec{u}$:



Se llama vector $-\vec{u}$ al opuesto:



Un vector es opuesto de otro si tiene la misma dirección, el mismo módulo, y diferente sentido.



Los vectores y de la figura NO SON OPUESTOS. Ambos tienen sentidos contrarios pero sus módulos son diferentes. Para que los vectores sean opuestos, además de cambiar el sentido, deben tener el mismo módulo. Por lo tanto, y son vectores paralelos y proporcionales.

Es importante remarcar que no existe la resta de vectores en sí misma, sino que es una **suma de un vector con el opuesto de otro**. Para resolver una resta de vectores, se opera con el método de la poligonal, y, al ser una suma, tiene las mismas propiedades ya vistas con dicha operación.

1.1.2. SUMA DE VECTORES EN FORMA ANALÍTICA

Conocer las componentes de un vector es sumamente importante a la hora de realizar operaciones entre los vectores. Tanto la suma de dos vectores como el producto de un vector por un escalar se pueden realizar por componentes.

Procedimiento para sumar vectores por medio de componentes:

- **Descomponer los vectores** a sumar en sus componentes x e y ; usar los ángulos agudos entre los vectores y el eje x , e indicar las direcciones de las componentes con signos más y menos.
- **Sumar todas las componentes** x e independientemente todas las componentes y para obtener las componentes x e y de la resultante, es decir, de la suma de los vectores.
- **Expresar el vector resultante**, empleando la forma de par ordenado.



Figura 3

1.1.3. PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN VECTOR.

Realizamos las siguientes operaciones en forma gráfica:

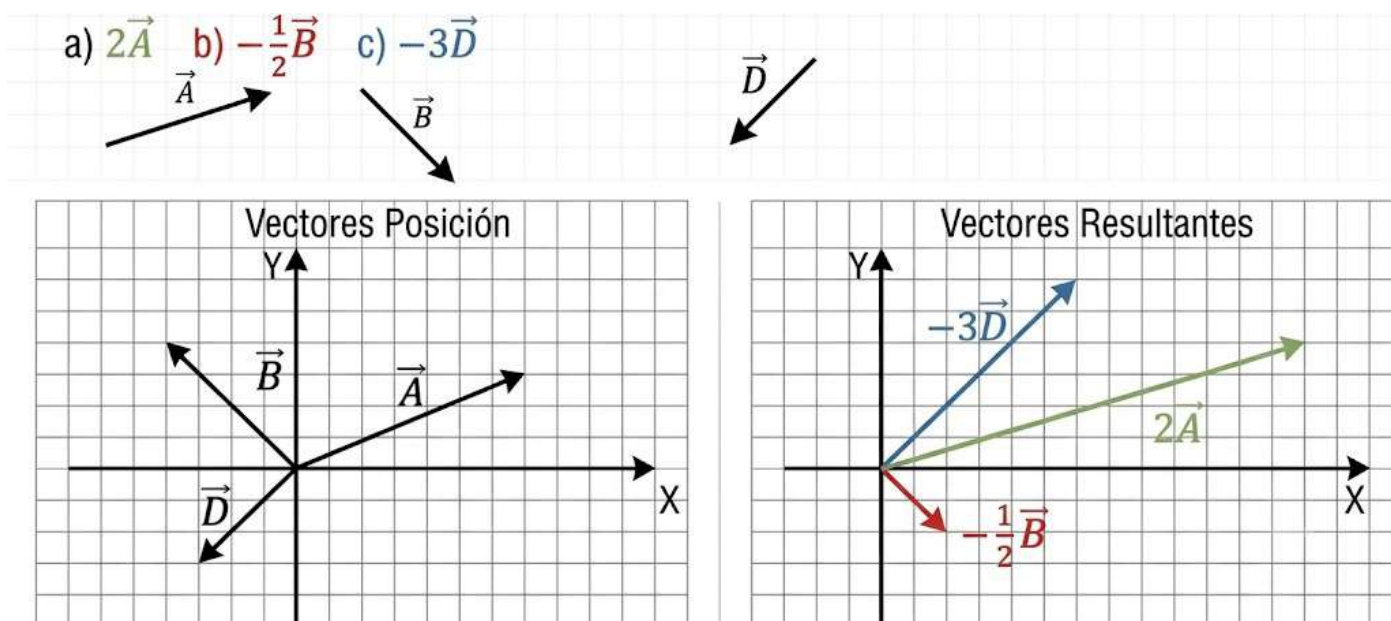


Figura 4

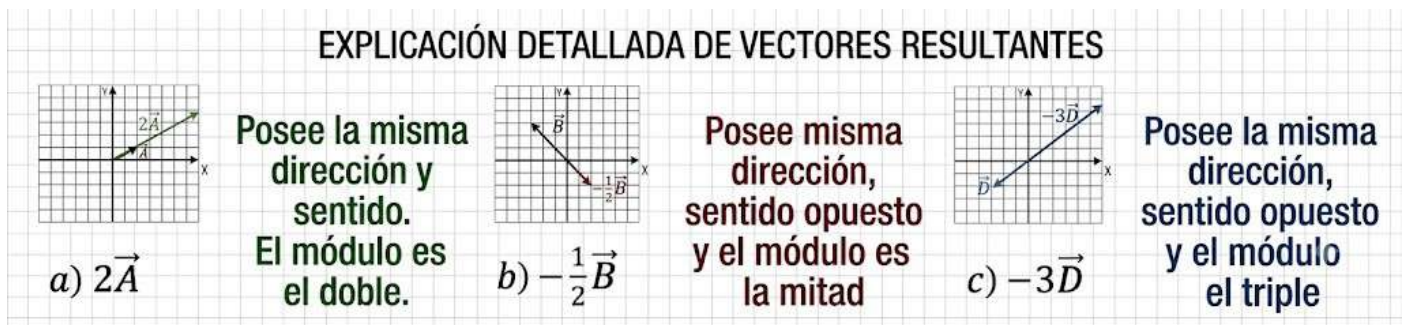


Figura 5

Realizamos las siguientes operaciones en **forma analítica**:

De forma analítica si tenemos los vectores en forma de par ordenado o en forma canónica hacemos distributiva, ya sea para multiplicar o dividir un vector por un escalar.

$$\vec{A} \rightarrow (7; 2)$$

$$\vec{B} = -4\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\vec{D} = -3\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$2 \cdot \vec{A} = 2 \cdot (7; 2) = (14; 4)$$

$$-\frac{1}{2} \vec{B} = -\frac{1}{2} \cdot (-4; 4) = (2; -2)$$

$$-3 \cdot \vec{D} = -3 \cdot (-3; -3) = (9; 9)$$

2. INTRODUCCIÓN

La dinámica es el área de la mecánica que estudia las interacciones entre los cuerpos y sus efectos. Se ocupa de describir dicha interacción de forma cuantitativa a través de diferentes registros de representación, principalmente ecuaciones, gráficas, esquemas y textos, además de predecir cómo evolucionarán en el tiempo.

Aplicando sus principios se sabe cómo se modifica el movimiento de un cuerpo al interactuar con otros, y también si estas interacciones lo deforman, ya que es perfectamente posible que ambos efectos se presenten a la vez.

A Isaac Newton (1642-1727), científico notable, se lo considera padre de la dinámica moderna. Sus leyes, formuladas durante el siglo XVII, mantienen la misma validez y frescura hoy día. Constituyen el fundamento de la mecánica clásica, la que vemos y nos afecta todos los días.

Cuando los cuerpos interactúan, se producen cambios en su movimiento. Un área en particular, llamada **estática**, está dedicada a aquellos sistemas en equilibrio, los que se encuentran en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme.

Aplicando los principios de la dinámica es posible predecir, mediante ecuaciones, cuáles serán los cambios y la evolución de los objetos en el tiempo. Para ello se establecen algunos **supuestos**, según el tipo de sistema que se desea estudiar. Como, por ejemplo, el **modelo de partícula**, que es el más sencillo para comenzar a aplicar los principios de la dinámica. En él se supone que el objeto a estudiar tiene masa, pero no dimensiones. Por lo tanto, una partícula puede ser tan pequeña como un electrón, o tan grande como la Tierra o el Sol.

3. LAS LEYES DE NEWTON

Las leyes de Newton establecen las relaciones vinculantes cuantitativamente entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo con los cambios en su estado de movimiento o reposo. Como las fuerzas son magnitudes vectoriales (módulo o magnitud, dirección y sentido) se representan indicando la letra que la expresa y una rayita (símbolo de vector) $\vec{F}$, muchas veces, en la Física se reemplaza esta nomenclatura colocando en negrita **F**

3.1. Primera Ley de Newton

La primera ley de Newton dice así:

Cuando la fuerza neta (también llamada Resultante) que actúa sobre un objeto es igual a cero, el objeto continuará en reposo si estaba en reposo. Y si se estaba moviendo, su movimiento será rectilíneo y con velocidad constante.

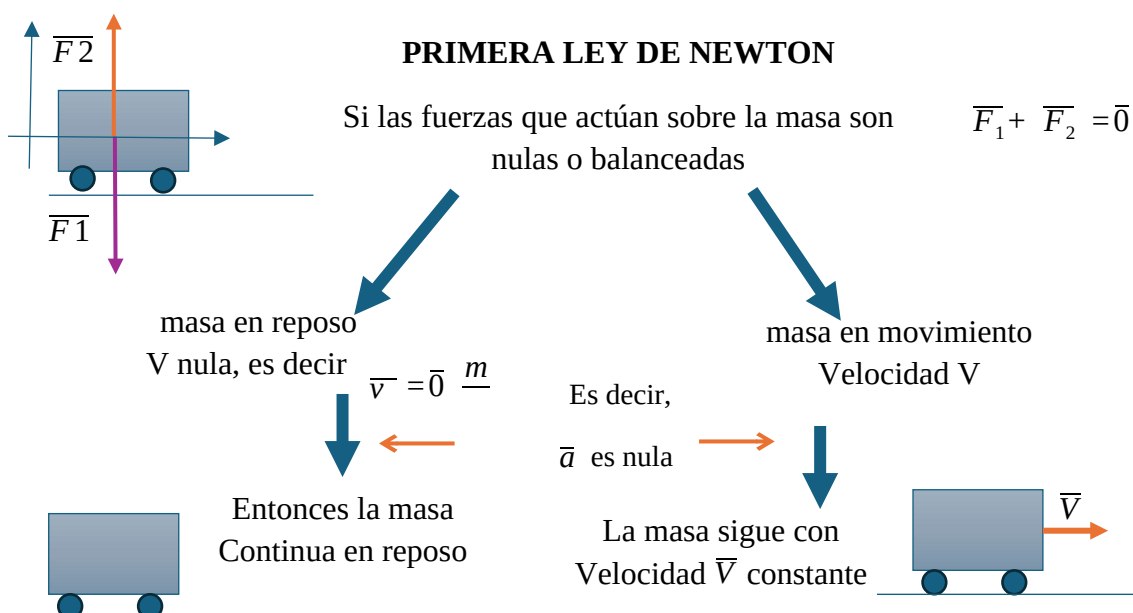
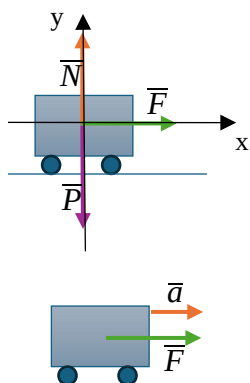


Figura 6

Como es imposible eliminar del todo el rozamiento, la situación en la que un cuerpo se mueve indefinidamente a velocidad constante es una idealización.

Los objetos sobre la superficie terrestre siempre experimentan la atracción gravitatoria. Un libro en reposo apoyado sobre una mesa permanece así, porque la superficie de la mesa ejerce una fuerza que contrarresta al peso.

3.2. Segunda Ley de Newton



SEGUNDA LEY DE NEWTON

Si sobre el objeto de masa M actúa una fuerza $\vec{F}_T$ no nula.

$$\vec{F}_T = \vec{F} + \cancel{\vec{N}} + \cancel{\vec{P}}$$



Entonces el objeto de masa M cambiará su estado de movimiento (velocidad)

$$a \neq 0 \text{ m/s}^2$$

Siendo la aceleración $\vec{a}$ proporcional a la fuerza neta $\vec{F}_T$ e inversamente proporcional a la masa m .

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Figura 7

que, como se verá más adelante, en esta situación ambas son de misma dirección, mismo módulo pero distinto sentido.

La segunda ley de Newton señala lo que pasará cuando la fuerza neta no se anula:

Si una fuerza neta (RESULTANTE) externa $\vec{F}$ actúa sobre un objeto de masa m , este experimentará una aceleración proporcional a la fuerza y en la misma dirección y sentido. $\vec{F}_{neta} = m\vec{a}$.

En efecto, cuanto mayor es una fuerza aplicada, más grande será el cambio en la velocidad de un objeto.

3.3. Tercera Ley de Newton



Figura 8

Un cohete espacial recibe la propulsión necesaria gracias a los gases expulsados.

Las dos primeras leyes de Newton se refieren a un objeto único. Pero la tercera ley se refiere a *dos* objetos. Los nombraremos objeto 1 y objeto 2:

Al interactuar dos objetos, las fuerzas que ejercen el uno sobre el otro son siempre iguales tanto en magnitud como en dirección, pero de sentido opuesto: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

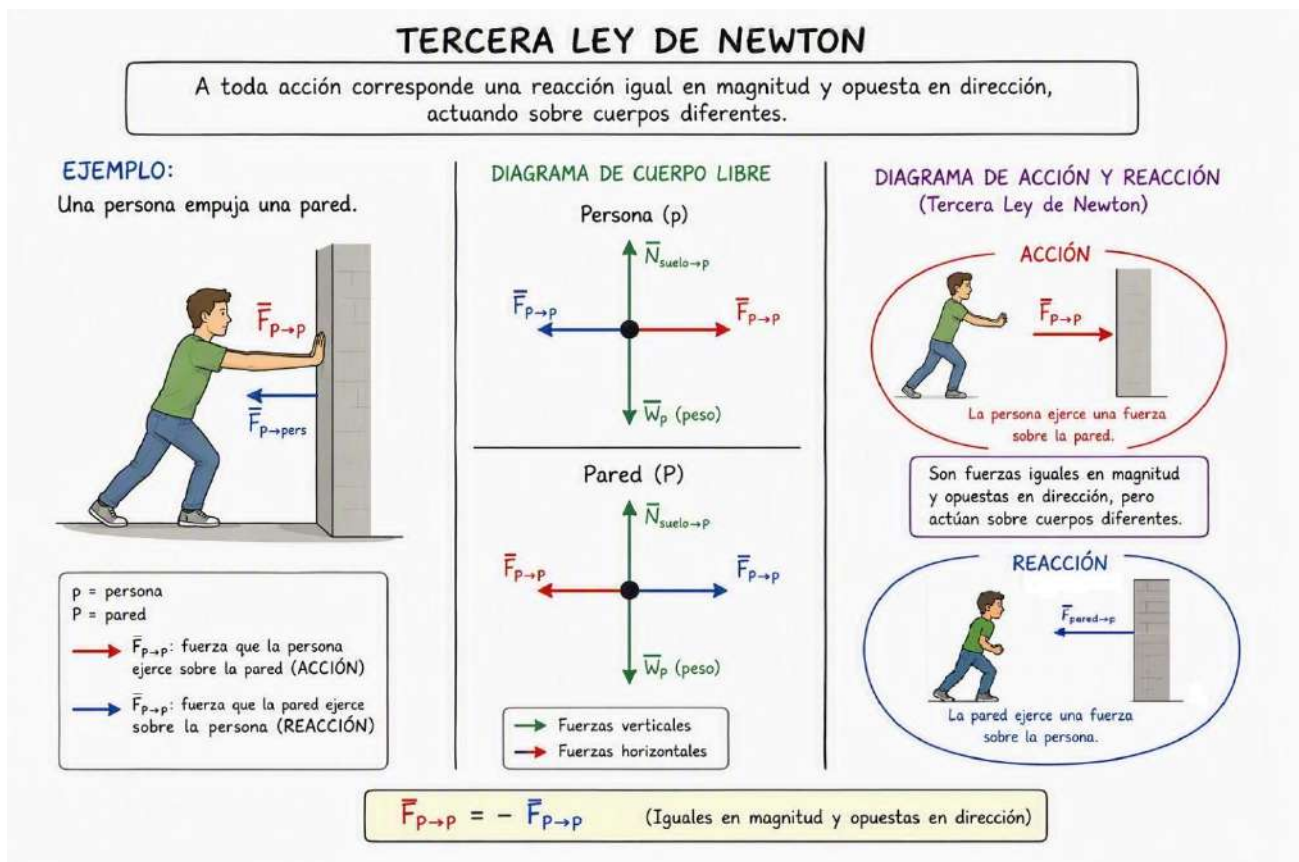


Figura 9

De hecho, siempre que un cuerpo es afectado por una fuerza, es porque hay otro responsable de causarla. Así, los objetos sobre la Tierra tienen peso, porque esta los atrae hacia su centro. Una carga eléctrica es repelida por otra carga del mismo signo, porque esta ejerce una fuerza de repulsión sobre la primera, y así.

Es importante destacar que estas interacciones se describen siempre respecto de un sistema de referencia. Solo al definir dicho sistema podemos observar y comparar las fuerzas entre los cuerpos, identificar cuál ejerce la acción y cuál recibe la reacción, y analizar correctamente el movimiento resultante.

Por ejemplo, si dos pelotas de fútbol chocan:

- En un sistema de referencia fijo en el suelo, vemos cómo una transfiere impulso a la otra.
- En un sistema de referencia que se mueve junto con una de las pelotas, la descripción cambia, pero la tercera ley sigue cumpliéndose: las fuerzas son iguales y opuestas.

De manera similar, cuando empujamos un carrito de supermercado, sentimos que el carrito nos “devuelve” la fuerza. Esa reacción se entiende claramente al observar la interacción desde un sistema de referencia fijo en el piso del supermercado.

Esquemáticamente podemos representar el siguiente esquema

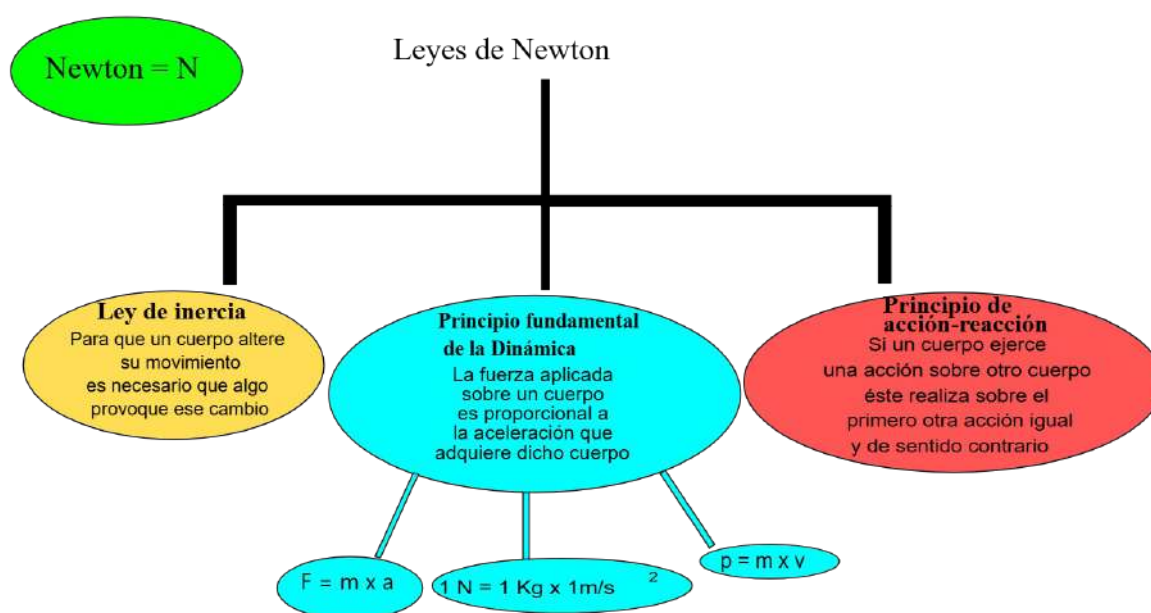


Figura 10

Habiendo expuesto las leyes de Newton, reflexionemos sobre el tema:

3.4. ¿Por qué un cuerpo modifica su velocidad?

Un cuerpo modifica su velocidad si sobre él se ejerce una acción externa.

Las acciones externas se representan por **fuerzas**.

La variación de la velocidad viene medida por la **aceleración**.

Si sobre un cuerpo se ejerce una fuerza, éste modifica su velocidad. Las fuerzas producen variaciones en la velocidad de los cuerpos. Las fuerzas son las responsables de las aceleraciones.

La unidad de fuerza usada en el S.I. es el **Newton (N)**

Las acciones que se ejercen sobre un cuerpo, además de ser más o menos intensas (valor o **módulo** de la fuerza) son ejercidas según una **dirección**: paralelamente al plano, perpendicularmente a éste, formando un ángulo de 30°... y en determinado **sentido**: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo... Por estas razones las fuerzas para estar correctamente definidas tienen que darnos

información sobre su valor (módulo), dirección y sentido. Por eso se representan por **vectores**. Estos son simbolizados con flechas y su notación lleva una línea sobre la letra que lo designa, por ejemplo, la fuerza $\vec{F}$.

3.5. ¿Cómo se pueden determinar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?

La respuesta es muy sencilla:

Se determinan las acciones externas sobre el cuerpo. Cada acción se representa por una fuerza.

Hay que tener claro que sobre un cuerpo se actúa mediante contacto físico con él (empujándolo, tirando con una cuerda figuras a, b y c) y una vez que deja de existir el contacto, cesa la acción y, por tanto, la fuerza deja de actuar. Estas situaciones son ejemplos de una clase de fuerzas llamadas **fuerzas de contacto**. Esto es, implican contacto físico entre dos objetos. Otra clase de fuerzas, conocidas como **fuerzas de campo**, no involucran contacto físico entre dos cuerpos. Estas fuerzas actúan a través del espacio vacío. La fuerza gravitacional de atracción entre dos objetos con masa, que se ilustra en la figura d, es un ejemplo de esta clase de fuerza. La fuerza gravitacional mantiene a los objetos ligados a la Tierra y a los planetas en órbita alrededor del Sol. Otra fuerza de campo común es la fuerza eléctrica que una carga eléctrica ejerce sobre otra (figura e). Como ejemplo, estas cargas pueden ser las del electrón y el protón que forman un átomo de hidrógeno. Un tercer ejemplo de fuerza de campo es la fuerza que un imán de barra ejerce sobre un trozo de hierro (figura f). Algunas fuerzas reciben nombres especiales y mencionaremos las más importantes en el siguiente apartado.

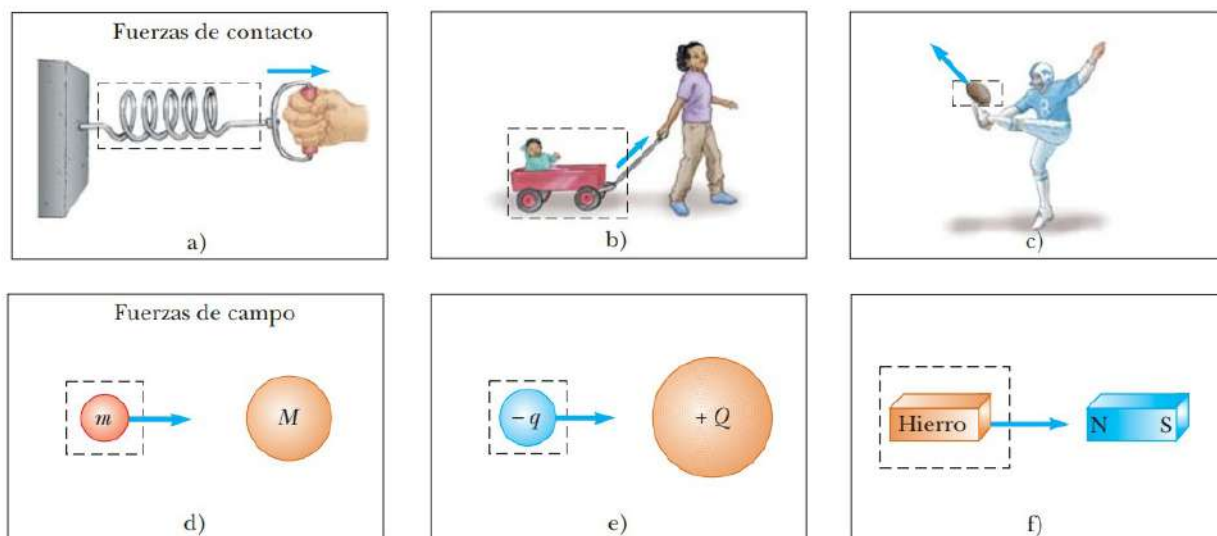


Figura 11

4. ¿QUÉ OCURRE SI SOBRE UN CUERPO ACTÚA MÁS DE UNA FUERZA?

Podemos obtener sólo una que produzca el mismo efecto que todas actuando a la vez. Esto se consigue sumando las fuerzas actuantes. ¿Cómo?

- **Fuerzas con la misma dirección y sentido:** se suman los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido y su módulo es la suma de las actuantes.



Figura 12

- **Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario:** se restan los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y su sentido viene dado por el signo resultante: si es positivo apunta en el sentido que se ha considerado como tal y si es negativo en sentido contrario.

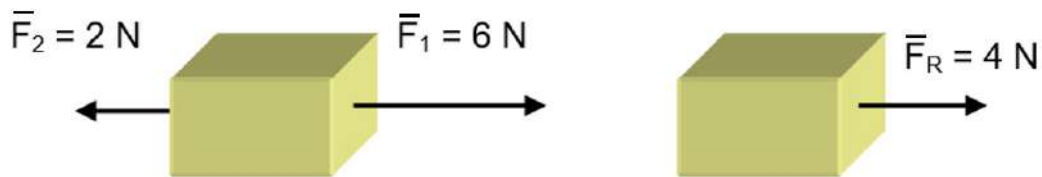


Figura 13

Si sobre el cuerpo que consideramos actúan fuerzas que forman cierto ángulo con la dirección del desplazamiento, lo mejor es recurrir a la descomposición del vector para obtener dos fuerzas perpendiculares equivalentes a la fuerza aplicada:

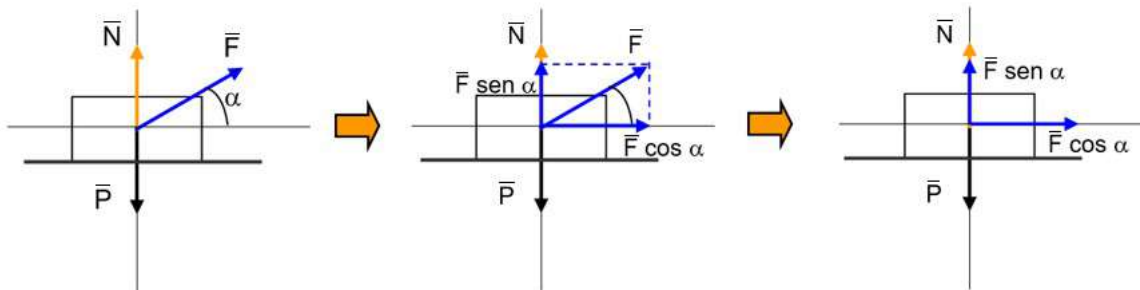


Figura 14

Entonces, para aplicar esta descomposición del vector en las componentes x e y, definimos un sistema de ejes ortonormales que utilizaremos como sistema de referencia, el cual se lo puede observar en la figura 14. De esta manera, el problema se reduce a considerar fuerzas que actúan en la misma dirección.

Los ejes sobre los cuales se realiza la descomposición de la fuerza deben elegirse siguiendo las siguientes recomendaciones:

- Uno de los ejes (llamémosle eje "horizontal" o eje X) deberá tener la dirección de la velocidad del objeto.
- El otro eje (eje Y) debe ser perpendicular al primero.

Ejemplo

Cuerpo que baja deslizando por un plano inclinado (rozamiento nulo)

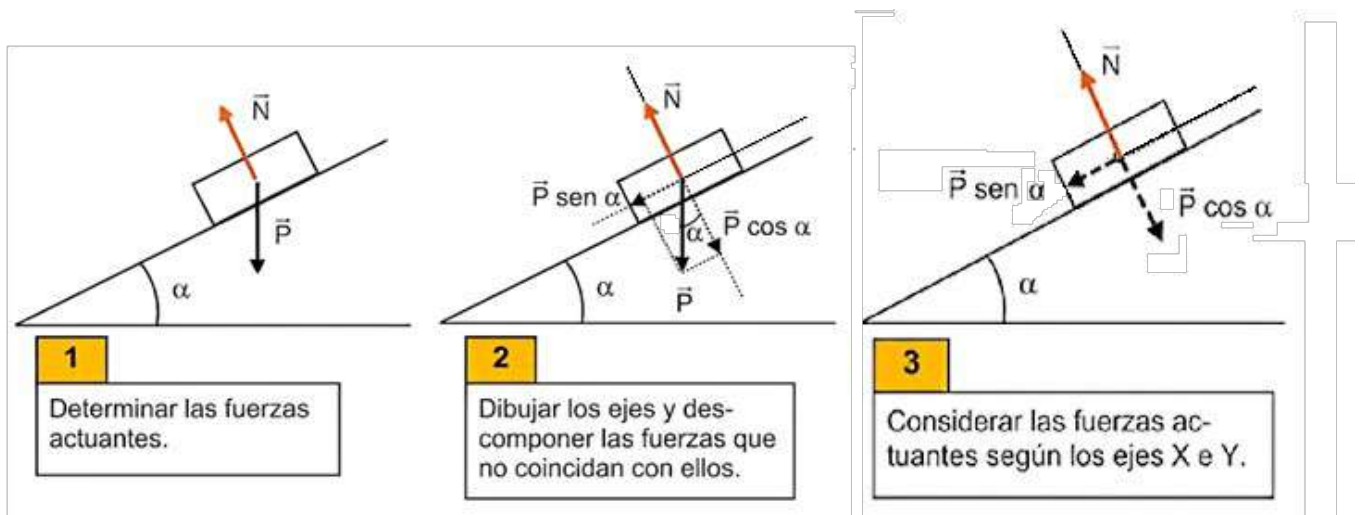


Figura 15

En la figura 15, a diferencia de la figura anterior, la fuerza Normal no se encuentra en la misma dirección que la fuerza Peso debido a que esta última, siempre tendrá su dirección vertical en sentido hacia abajo, mientras que la Normal será perpendicular a la superficie de apoyo. Esto será explicado en mayor detalle en el punto 4.2.

4.1. Diagramas de cuerpo libre

Un diagrama de cuerpo de libre es una herramienta utilizada para resolver problemas de mecánica. Como su nombre lo indica, **el gráfico tiene como objetivo "aislar" el cuerpo de todos los demás objetos y superficies a su alrededor** de manera de poder establecer todas las interacciones que tiene con el medio ambiente. También prestaremos atención a cualquier fuerza que actúe sobre el cuerpo, incluidas las creadas por los cuerpos circundantes y las superficies que eliminamos. **Este diagrama simplificado nos permitirá escribir más fácilmente las ecuaciones de equilibrio para problemas estáticos o las ecuaciones de movimiento para problemas de dinámica.**

4.2. Procedimiento para realizar un DCL

1. Primero aislar el cuerpo que se está analizando, separándolo de todos los demás cuerpos y superficies circundantes.
2. Ubicar los ejes coordenados. Si el cuerpo se encuentra apoyado sobre una superficie, hacer coincidir el eje x con la superficie de apoyo.
3. Dibujar todas las fuerzas externas que actúan directamente sobre el cuerpo. No incluir fuerzas que no actúen directamente sobre el cuerpo que se está analizando. No incluir ninguna fuerza que sea interna al cuerpo que se está analizando.
4. Una vez que se identifican las fuerzas y se agregan al diagrama de cuerpo libre, etiquetar las dimensiones y ángulos clave en el diagrama.
5. Por último, descomponer las fuerzas por sus componentes.

Veamos algunos ejemplos:

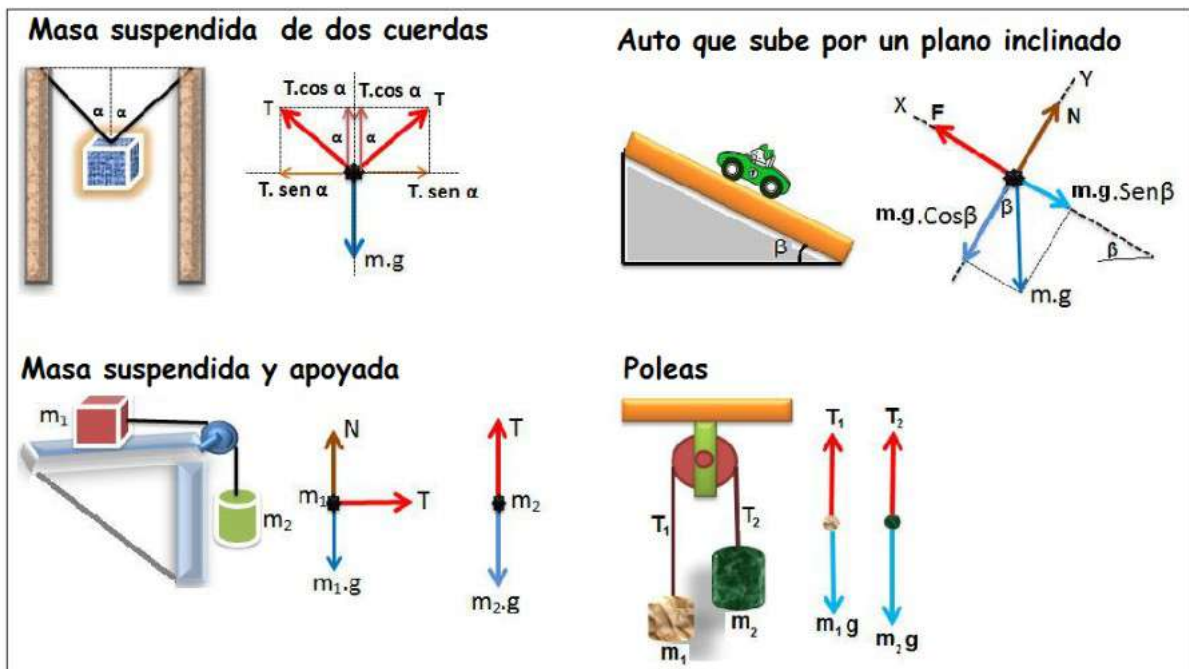


Figura 16

4.3. Consideraciones sobre la descomposición vectorial.

Para este tema en particular, se utilizará un método de descomposición vectorial distinto al que utilizamos con anterioridad en este curso para facilitar los cálculos. En lugar de utilizar el ángulo definido desde el eje x positivo se tiene en cuenta el ángulo de la inclinación del plano, el cual es aportado como dato en la ejercitación. Aplicando propiedades de la geometría y las identidades trigonométricas, las fórmulas para el cálculo de las componentes se modifican de la siguiente manera:

$$F_x = |\vec{F}| \cdot \text{sen } \theta$$

$$F_y = |\vec{F}| \cdot \text{cos } \theta$$

Tener en cuenta que al ser ángulos del primer cuadrante siempre nos darán resultados positivos. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta el sentido de estas componentes observando el diagrama de cuerpo libre.

5. TIPOS DE FUERZAS

Estudiaremos ahora algunas fuerzas que, por su importancia y frecuencia con que aparecen, merecen especial atención.

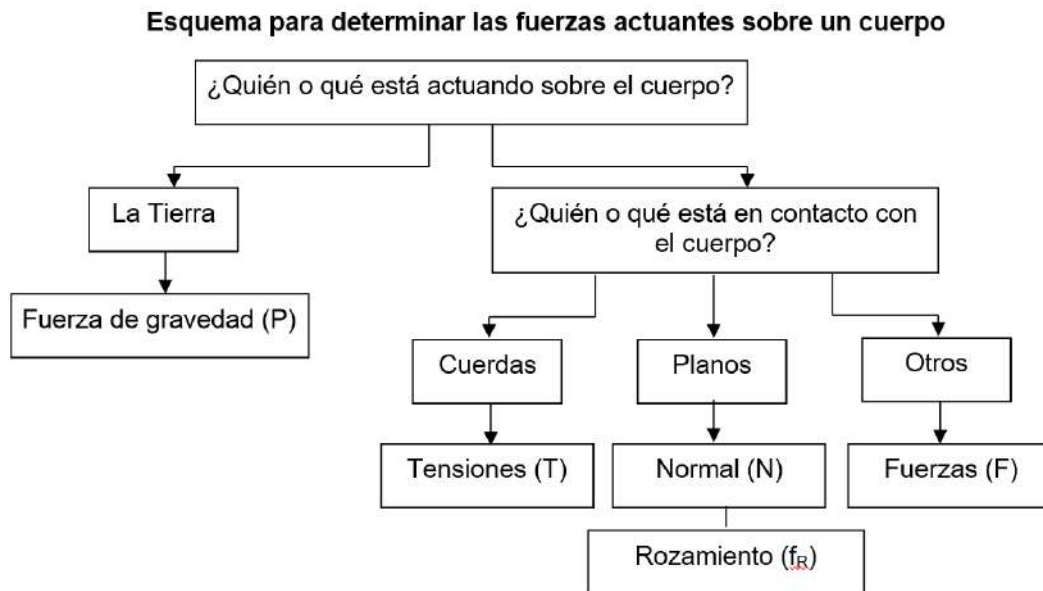


Figura 17

4.1. El peso

En física, el peso es una medida de la fuerza gravitatoria que actúa sobre un objeto. Se define como la fuerza con la que un cuerpo es atraído por la gravedad de otro, generalmente la Tierra. Es una magnitud vectorial, lo que significa que tiene dirección y sentido, y su valor depende tanto de la masa del objeto como de la intensidad del campo gravitatorio local.

El peso se calcula con la siguiente fórmula:

$$\overline{P} = m \cdot \overline{g}$$

Donde:

- **P**: es el peso (expresado en Newtons).
- **m**: es la masa del objeto (expresada en kilogramos).
- **g**: es la aceleración de la gravedad (aproximadamente 9.8 m/s^2 en la superficie de la Tierra).

En resumen, el peso es la fuerza de la gravedad actuando sobre un objeto, y su magnitud depende de la masa del objeto y la fuerza de gravedad del lugar donde se encuentra.

4.2. Fuerza de reacción normal de apoyo (Normal)

Esta fuerza, aparece siempre que un cuerpo está apoyado sobre una superficie y es consecuencia de la interacción entre el cuerpo y la superficie de apoyo. Su valor depende de las condiciones físicas en cada caso. Veamos algunos ejemplos.

- **Cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal**

En este caso, la fuerza peso hace que el cuerpo aplique otra fuerza contra la superficie, por lo tanto y debido al principio de acción y reacción, la superficie de apoyo aplicará una fuerza igual y de sentido contrario sobre el cuerpo. Ésta es la fuerza de reacción normal de apoyo. En este caso, puede verse claramente que su módulo es igual al peso del cuerpo. Pero es importante tener claro que no siempre será así, es más, éste es el único caso.

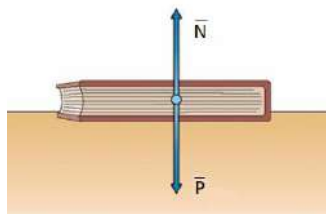


Figura 18

- **Valor de la normal en un cuerpo apoyado en un plano inclinado**

El cuerpo de la figura se encuentra apoyado sobre el plano inclinado. Sobre él actúan la fuerza peso y la normal (siempre perpendicular a la superficie de apoyo). Representamos las fuerzas en un diagrama de cuerpo libre y descomponemos el peso. Obsérvese que en este caso es conveniente colocar el par de ejes coordenados de manera que el eje X coincida con la dirección del plano.

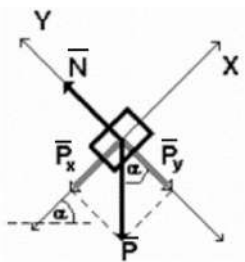


Figura 20

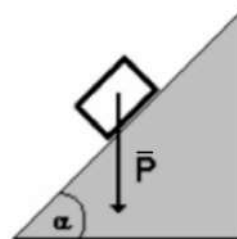


Figura 19

4.3. Tensión

Se denomina tensión a toda fuerza que, sobre un cuerpo, realice una soga o cuerda. Se indica con la letra $\overline{T}$.



Figura 22

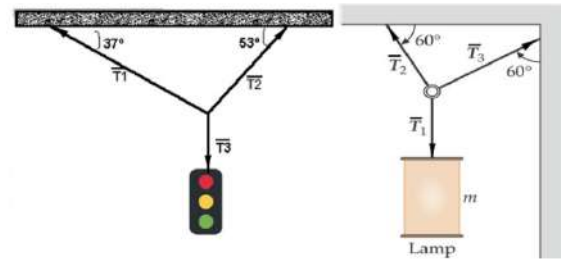


Figura 21

4.4. Fuerzas de rozamiento

Todos conocemos el hecho de que cuando un móvil se desplaza en la tierra, sobre él actúan fuerzas que se le oponen y que son ejercidas por el medio (aire, superficie de apoyo, etc., que interactúa con el cuerpo. Estas fuerzas se conocen con el nombre de fuerzas de rozamiento. **Esta fuerza aparece siempre que un cuerpo que está apoyado en una superficie se intenta poner en movimiento o está moviéndose. Aparece como consecuencia de la interacción del cuerpo con la superficie de apoyo.** Experimentalmente se puede observar:

- Este rozamiento se debe a las rugosidades propias de las superficies de contacto y a la adherencia entre ellas. Este hecho se verifica claramente porque cuanto mejor pulidas estén las superficies, menor es la fuerza.
- La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento, tiene la misma dirección que el desplazamiento, pero está dirigido en sentido contrario.
- No es necesario que haya movimiento para que la fuerza de rozamiento actúe.

La fórmula que expresa la fuerza de rozamiento es:

$$\overline{F}_r = \mu \cdot \overline{N}$$

donde μ es el índice de rozamiento relativo.

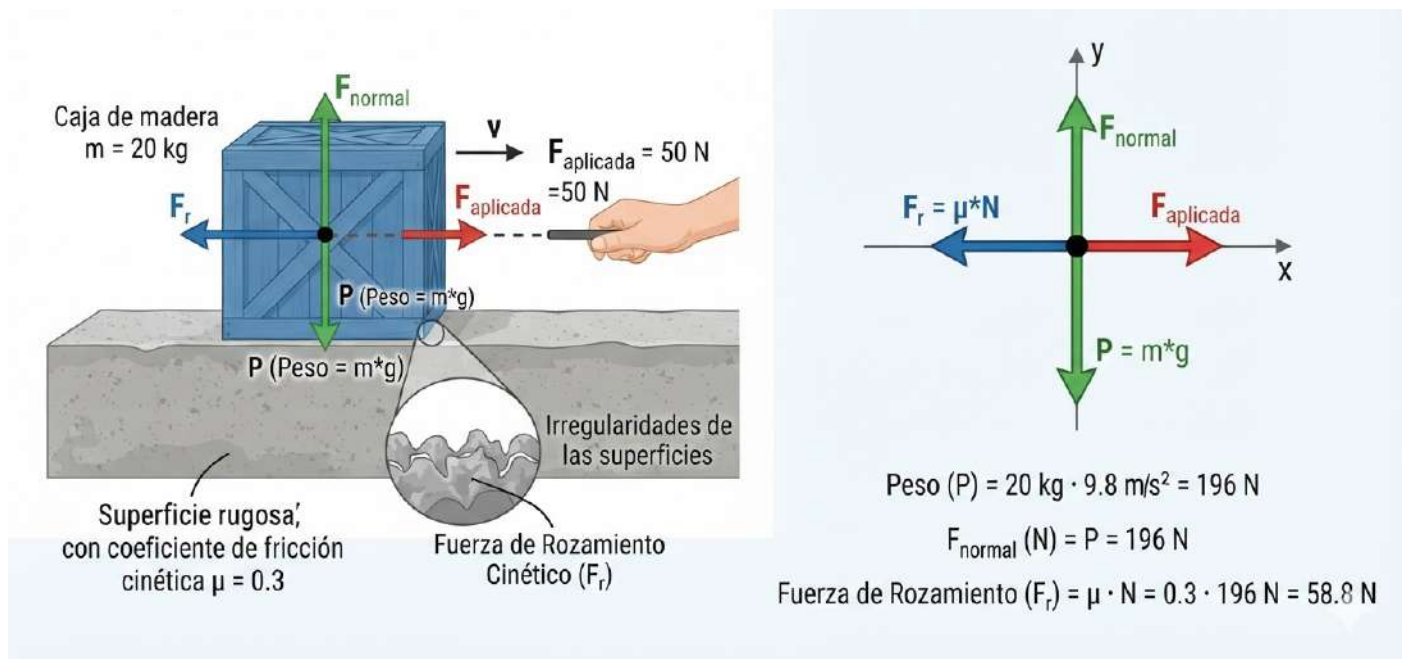


Figura 23