



UNIDAD 2: MAGNITUDES, UNIDADES Y RELACIÓN ENTRE MAGNITUDES

1. DEFINICIÓN

Una magnitud física es un atributo de un cuerpo, un fenómeno o una sustancia, que puede determinarse cuantitativamente, es decir, es un atributo susceptible de ser medido.

Ejemplos de magnitudes son la longitud, la masa, la potencia, la velocidad, etc.

Algunas magnitudes físicas, como tiempo, temperatura, masa, densidad y carga eléctrica se pueden describir correctamente con un número y una unidad, pero muchas otras magnitudes importantes tienen asociadas una dirección y no pueden describirse sólo por un número. Tales magnitudes tienen un papel esencial en muchas áreas importantes en la física, como por ejemplo la mecánica. Si una magnitud física queda definida por un número decimos que es una **magnitud escalar**. En cambio, una **magnitud vectorial** tiene un módulo, una dirección en el espacio y un sentido, podemos mencionar en este caso al desplazamiento, la velocidad, la aceleración y la fuerza.

MAGNITUDES ESCALARES	MAGNITUDES VECTORIALES
 VOLUMEN	 FUERZA

2. MAGNITUDES FUNDAMENTALES Y DERIVADAS

Todas las magnitudes físicas pueden expresarse en función de un pequeño número de magnitudes fundamentales. Muchas de las magnitudes que se estudiarán, tales como la velocidad, aceleración, densidad, pueden expresarse en función de tres magnitudes fundamentales: longitud, tiempo y masa. El estudio de la termodinámica y la teoría electromagnética requiere cuatro magnitudes fundamentales más: temperatura, cantidad de sustancia, corriente eléctrica e intensidad luminosa.

Las magnitudes fundamentales son tan básicas que sólo podemos definir las describiendo la forma de medirlas, es decir con una definición operativa.

3. SISTEMA DE UNIDADES

Si una unidad logra aceptación oficial, decimos que es una unidad estándar. Tradicionalmente un organismo gubernamental o internacional establece las unidades estándar. Un grupo de unidades estándar y sus combinaciones se denomina sistema de unidades. Actualmente se utilizan dos sistemas principales de unidades: el Sistema Internacional y el sistema inglés o imperial. Este último todavía se usa ampliamente



en Estados Unidos, Reino Unido de Gran Bretaña y los países integrantes del Commonwealth, pero prácticamente ha desaparecido en el resto del mundo, donde se utiliza el sistema internacional.

4. EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES.

El **Sistema Internacional de Unidades** (SI) fue creado en 1960, durante la 11^{va} Conferencia General de Pesas y Medidas, fundada en 1875 para tomar decisiones respecto al que en ese entonces era el sistema métrico francés. Este es el organismo encargado actualmente de la revisión del Sistema Internacional de Medidas y tiene como sede la Oficina Internacional de Pesos y Medidas, en París.

La Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM, por sus siglas en francés, Bureau International des Poids et Mesures; a menudo traducido también como Oficina Internacional de Pesos y Medidas y Buró Internacional de Pesos y Medidas) es el coordinador mundial de la metrología. Su sede está ubicada en Saint-Cloud, suburbio de París. Es la depositaria del kilogramo patrón internacional, última unidad materializada del Sistema Internacional de Unidades (SI) en uso, procedente del viejo Sistema métrico decimal, hasta su redefinición en 2019. Su página web es <https://www.bipm.org/en/home>.

El SI completo tiene **siete magnitudes fundamentales** con sus correspondientes unidades fundamentales, (1) el **metro** para la longitud, (2) el **kilogramo** para la masa, (3) el **segundo** para el tiempo, (4) el **ampere** para la corriente eléctrica, (5) el **kelvin** para la temperatura, (6) el **mol** para la cantidad de sustancia y (7) la **candela** para la intensidad luminosa.

Al medir una cantidad, siempre la comparamos con un patrón de referencia que definirá una unidad de medida. Mediciones precisas y fiables, exigen unidades inmutables que los experimentadores puedan reproducir en distintos lugares.

El siguiente cuadro muestra las unidades fundamentales del SI, que corresponden a 7 magnitudes.

Unidades básicas del Sistema Internacional

Propiedad física	Nombre de la unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	amper	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol



Todas las demás unidades de medida derivan de ellas.

Para este curso se destacan **LONGITUD**, **MASA**, **TIEMPO** pues son las que más se utilizarán.

Unidades derivadas

Nombre de la unidad	Propiedad física	Símbolo
Área	metro cuadrado	m ²
Volumen	metro cúbico	m ³
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m ³ .
Frecuencia	herzt	Hz (s ⁻¹)
Fuerza	newton	N (kg.m/s ²)
Presión	pascal	Pa (N.m ⁻²)
Energía	joule	J (kg m ² s ⁻²)
Potencia	watt	W (J s ⁻¹)
Carga eléctrica	coulom	C (A.s)
Diferencia de potencial	volt	V (J.C ⁻¹)
Resistencia	ohm	Ω (V.A ⁻¹)

5. Potencias de 10 (notación científica)

En el estudio de la física encontraremos, a menudo, magnitudes que están expresadas por números muy grandes o pequeños. Por ejemplo, se sabe que la longitud de onda de la luz violeta es 0,00000038 m y que una célula tiene cerca de 2000000000000 átomos. Estos números distan mucho de los valores que nuestros sentidos están acostumbrados a percibir y se encuentran fuera de nuestras referencias habituales.

El enunciado oral y escrito de tales números, es bastante incómodo. Para facilitar el problema, lo usual es presentar estos números empleando potencias de 10. Este nuevo tipo de notación, además de ser más compacto, permite una comparación rápida de tales números y facilita la realización de las operaciones matemáticas.

➡Cómo escribir los números con la notación de potencias de 10.

Ejemplo 1: Consideremos el número 842. Nuestros conocimientos de álgebra elemental nos permiten comprender que este número se puede expresar de la siguiente manera: $842 = 8,42 \cdot 100 = 8,42 \cdot 10^2$

Observemos que el número 842 se expresó como el producto de 8,42 por una potencia de 10 (en este caso, 10²).



Ejemplo 2: Tomemos otro número; por ejemplo: 0,0037 que puede ser escrito como: $3,7 \cdot 10^{-3}$

Una vez más, tenemos el número expresado por el producto de un número comprendido entre 1 y 10 (en este caso 3,7) por una potencia de 10 (en este caso 10^{-3}).

Si nos basamos en estos ejemplos, llegamos a la siguiente conclusión:

Cualquier número siempre puede expresarse como el producto de un número comprendido entre 1 y 10 (sin incluir el 10), y una adecuada potencia de 10.

Trataremos de ejercitarnos en la técnica de escribir los números empleando potencias de 10, analizando:

Ejemplo 3: $62300 = 6,23 \cdot 10000 = 6,23 \cdot 10^4$

Debe notarse, que podemos extraer una regla práctica para obtener la potencia de 10 adecuada para cada número:

Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal para colocarlo a la izquierda; este número nos proporciona el exponente positivo de 10. Así:

$$\begin{array}{ccccccc} 6 & 2 & 3 & 0 & 0 & = & 6,23 \cdot 10^4 \\ \uparrow & & & & & & \\ \hline & & & & & & 4 \text{ lugares} \end{array}$$

Ejemplo 4: $0,00002 = 2 \cdot 10^{-5}$

Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal hacia la derecha; este número nos proporciona el exponente negativo de 10. Así:

$$\begin{array}{ccccccc} 0, & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & = 2 \cdot 10^{-5} \\ & & & & & \uparrow & \\ & & & & & \hline & & & & & 5 \text{ lugares} \end{array}$$

En esta representación con potencias de 10 los datos mencionados al principio se podrían escribir de forma más breve, de la siguiente manera:

Longitud de onda de luz violeta = $3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Número aproximado de átomos en una célula = $2 \cdot 10^{12}$ átomos



6. CONVERSIÓN DE UNIDADES

6.1. Prefijos de unidades

Ya definidas las unidades fundamentales, es posible introducir unidades más grandes y pequeñas para las mismas cantidades física. Como el SI es un sistema decimal, en el que se utilizan prefijos, los cuales sustituyen a las potencias de 10 delante de una unidad. Para cada unidad de medida se usan los mismos prefijos

6.2. Prefijos utilizados con unidades SI

Prefijo	Símbolo	Significado
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
deca	da	10^1
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

A veces resulta conveniente expresar las cantidades físicas en unidades más comunes como el minuto (min), hora (h), día (d), año (a), centímetro (cm), kilómetro (km) y gramo (g) que son unidades usadas por conveniencia, pero no son unidades del SI. Sucede que es más práctico decir que tenemos una masa de 1 gramo (1g), en vez de decir que tenemos una masa de diez a la menos tres kilogramos (10^{-3} kg). Asimismo, resulta más conveniente decir que un viaje dura tres horas (3,00 h) que $1,08 \cdot 10^4$ s.

IMPORTANTE: Las unidades NO poseen plural. Es decir que se designan con el nombre correspondiente ya se trate de una unidad o de muchas. Ejemplo: un kilo de



harina escribe **1 kg** de harina y 100 kilos de harina, se escribe **100 kg** de harina (es decir, sin s al final).

6.3. Conversión de unidades

La conversión de unidades implica el cambio de medida de una cantidad de un sistema de unidades a otro.

Todas las cantidades físicas contienen un número y una unidad. Cuando estas cantidades se suman, se restan, se multiplican o se dividen en una ecuación algebraica las unidades pueden tratarse como cantidades algebraicas. Por tanto, es incorrecto sumar o restar términos con distintas unidades y las unidades se pueden multiplicar o simplificar en los productos y cocientes.

Como las unidades se multiplican y dividen igual que los símbolos algebraicos, la forma de encontrar la equivalencia en otras unidades es utilizar los factores de conversión. Los factores de conversión están dados por las relaciones entre las unidades entre los distintos sistemas. Por ejemplo, al decir $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, no estamos diciendo que 1 es igual a 60, sino que 1 min representa el mismo intervalo de tiempo que 60 s. Por eso el cociente $(1 \text{ min}) / (60 \text{ s})$ es igual a 1-igual su recíproco-.

Entonces podemos multiplicar una cantidad cualquiera por estos factores sin alterar el significado físico de la cantidad.

Ejemplo 1: Para averiguar cuántos segundos hay en 3 min, como sabemos que 1 minuto contiene 60 segundos se reducen a segundos como se muestra en el siguiente cálculo:

$$3 \text{ min} = (3 \cancel{\text{min}}) \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \cancel{\text{min}}} = 180 \text{ s}$$

Ejemplo 2: Se desea convertir 90 km/h en metros por segundos y en millas por hora.

$$\begin{aligned} \bullet \quad 90 \frac{\text{Km}}{\text{h}} &= 90 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bullet \quad 90 \frac{\text{Km}}{\text{h}} &= 90 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ mi}}{1,16 \cancel{\text{km}}} = 55,9 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \end{aligned}$$

Si realizamos correctamente la conversión, las unidades que queremos eliminar se simplificarán.

IMPORTANTE: Cuando realicemos cálculos con números y unidades, siempre escribir los números acompañados de las unidades correctas (en el mismo sistema) durante todos los cálculos ya que de esa manera será más sencillo verificarlos.



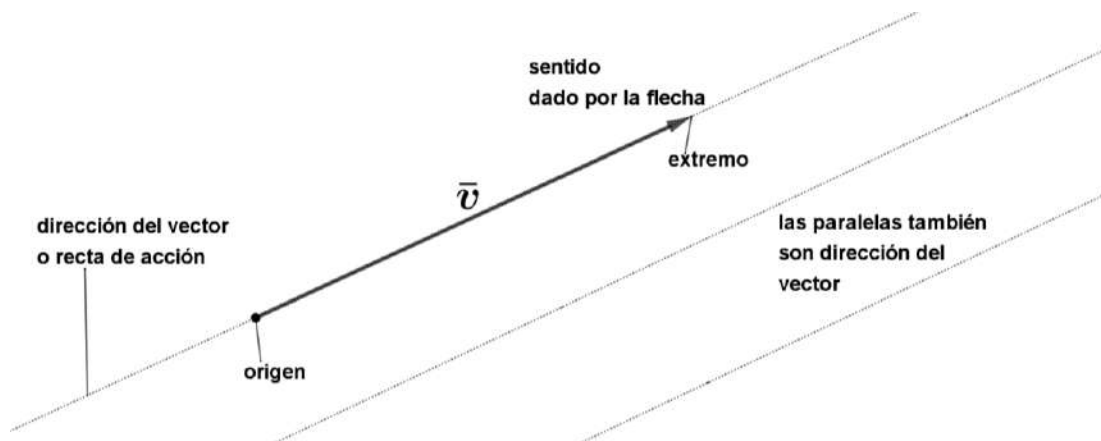
7. MAGNITUDES VECTORIALES

Para poder trabajar con las magnitudes vectoriales necesitamos introducir una herramienta matemática llamada vector. Estudiaremos sus características principales:

7.1 DEFINICIÓN

Es un segmento orientado cuyos elementos constitutivos son: DIRECCIÓN, SENTIDO y MÓDULO o INTENSIDAD.

En la escritura se indican con una letra en negrita o con una letra y una flecha arriba: $\mathbf{v}$ o $\vec{v}$ mientras que “v” se refiere a la magnitud solamente (o también se indica por $|\mathbf{v}|$).

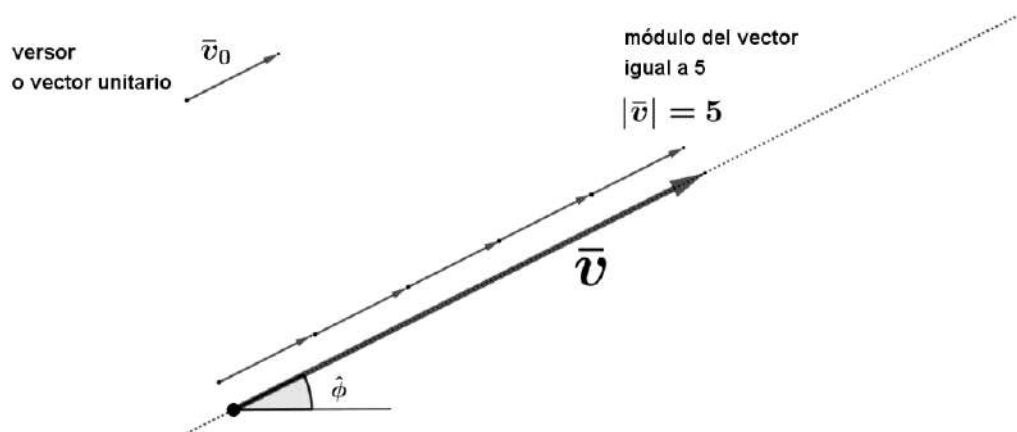


DIRECCIÓN: es la recta de acción sobre la cual se apoya el vector, o cualquier paralela a ella.

En general se obtiene como el ángulo que forma la recta con la horizontal, tomada hacia la derecha.

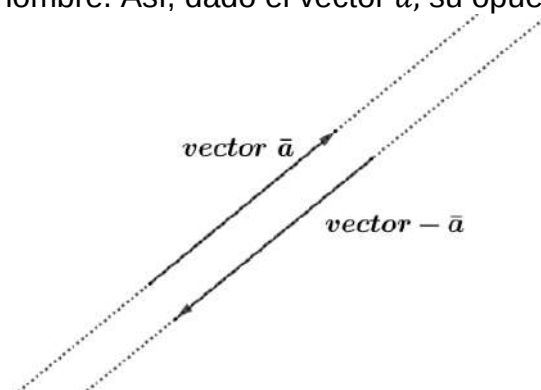
SENTIDO: está dado por la flecha del vector

MÓDULO: es un número que representa la magnitud del vector. La forma de escribir el módulo es similar a la del vector, pero la letra va entre barras de valor absoluto. Por ejemplo, el módulo de $\vec{v}$ es $|\vec{v}|$.



7.2 VECTORES ESPECIALES

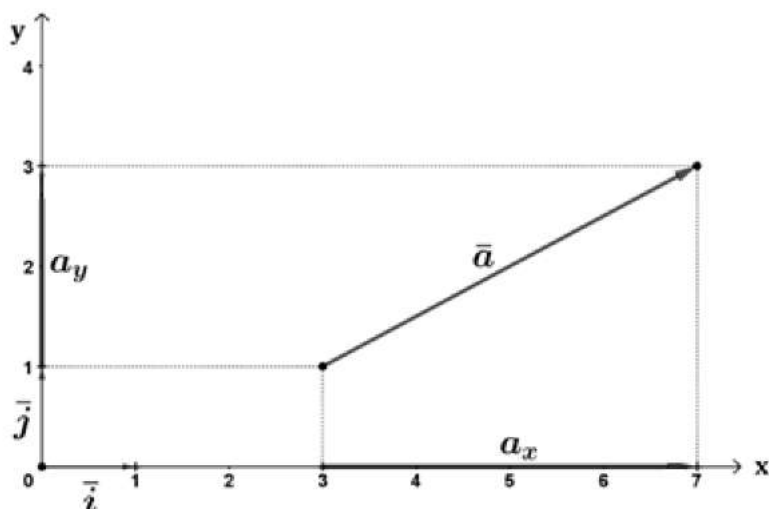
- ✓ VECTOR UNITARIO: es un vector de magnitud uno. A dicho vector se lo reconoce como versor.
- ✓ VECTOR NULO $\vec{0}$: es aquel vector cuyo módulo es igual a cero, es decir $|\vec{0}|=0$. Por lo tanto, no posee ni dirección ni sentido y geométricamente se representa mediante un punto.
- ✓ VECTOR EQUIPOLENTE. Un vector es equipolente a otro si tiene la misma dirección, igual sentido y módulo que el vector dado.
- ✓ VECTOR OPUESTO. Un vector es opuesto a otro si tiene la misma dirección e igual módulo que el dado, pero diferente sentido sobre la misma recta de acción. Simbólicamente se lo representa con un signo menos delante del nombre. Así, dado el vector $\vec{a}$, su opuesto es $-\vec{a}$.





7.3 COMPONENTES DE UN VECTOR

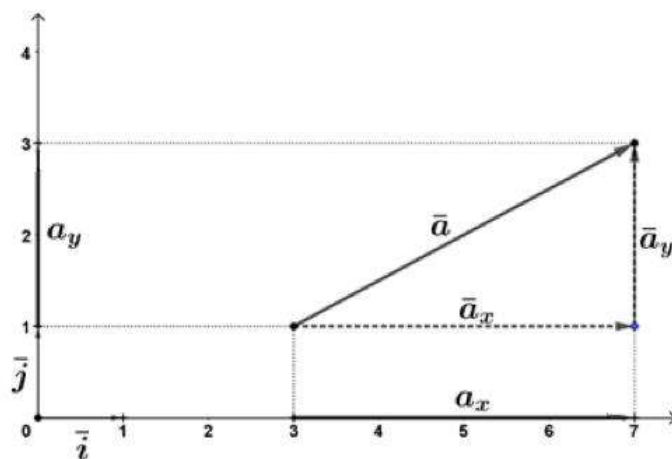
Las componentes de un vector sobre un sistema de ejes cartesianos ortogonal se obtienen proyectando dicho vector sobre cada uno de los versores correspondientes a dichos ejes, como muestra la figura. Dichas componentes se simbolizan con el mismo nombre que el vector dado y un subíndice que indica la dirección sobre la que se proyecta.



Es de observar que la suma de las componentes (por el método de la poligonal, por ejemplo) es igual al vector dado, como se muestra en la siguiente figura. De esta manera el vector puede escribirse como:

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

donde $\vec{a}_x$, $\vec{a}_y$ se denominan componentes vectoriales de $\vec{a}$.



Pero a su vez, cada componente puede escribirse como un escalar multiplicado por el versor correspondiente. Así, $\vec{a}_x = \alpha_1 \vec{i}$, y, $\vec{a}_y = \alpha_2 \vec{j}$. Entonces el vector $\vec{a}$ queda expresado como:

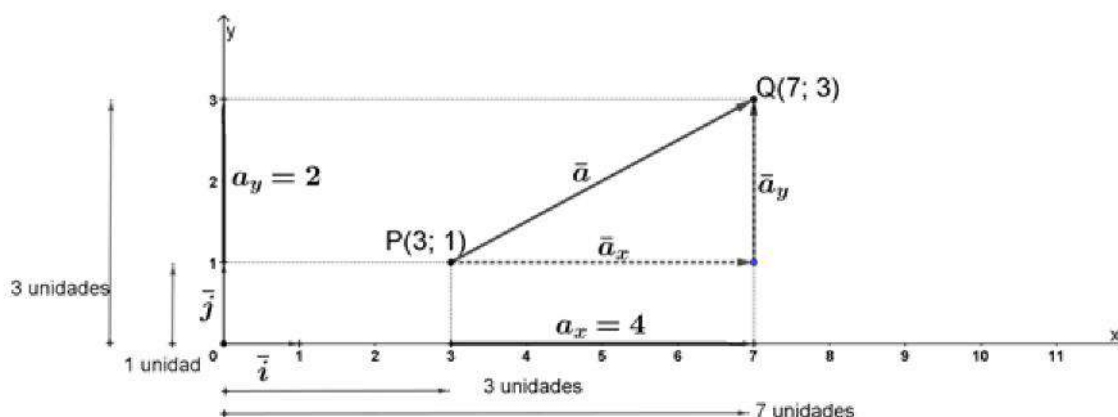


$$\vec{a} = \alpha_1 \vec{i} + \alpha_2 \vec{j}$$

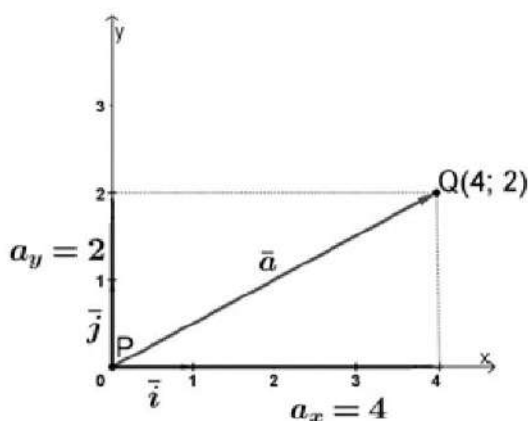
donde α_1, α_2 se reconocen como componentes escalares del vector $\vec{a}$.

La notación de las componentes de un vector se realiza de la siguiente manera: primero se nombra el vector, a continuación, va una flecha, y entre paréntesis separados por punto y coma, los números que representan el valor de la componente escalares. Por ejemplo $\vec{a} \rightarrow (4; 2)$.

Para calcular las componentes escalares si se conocen las coordenadas de los puntos extremos del vector dado, se restan las coordenadas homólogas. La figura muestra el ejemplo para $\vec{a} \rightarrow (4; 2)$.



Los vectores como los de la figura, que se ubican en cualquier lugar del plano, se denominan **libres**. Si un vector tiene su origen en el origen de coordenadas, se denomina **vector posición**. La ventaja de trabajar con vectores posición, es que las componentes escalares coinciden con las coordenadas del punto extremo Q.



Se observa que el vector $\vec{a} \rightarrow (4; 2)$ es el mismo (se dice es equipolente al anterior), pero cuando su origen se ubica en el origen de coordenadas, es más fácil deducir sus componentes.

Algunas consideraciones a tener en cuenta sobre las componentes.



Los vectores equipolentes tienen iguales componentes.

Los vectores opuestos tienen componentes opuestas.

El vector nulo tiene componentes: $\vec{0} \rightarrow (0; 0)$.

Las componentes de un vector no dependen de su ubicación en el plano coordenado.

Todo vector paralelo al eje “x” tiene su segunda componente nula.

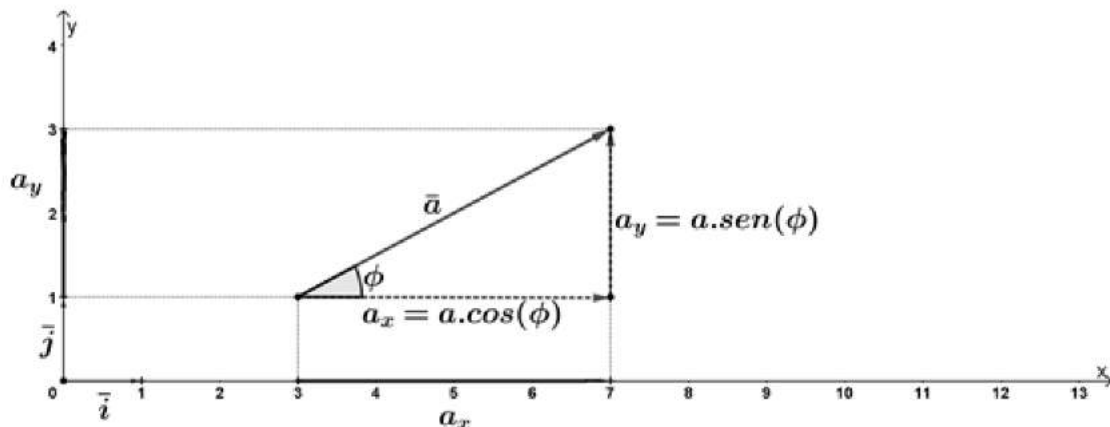
Todo vector paralelo al eje “y” tiene su primera componente nula.

Otra forma de obtener las componentes, dado un vector $\vec{a}$, si se conoce su módulo y su dirección, es usar las funciones trigonométricas. El vector $\vec{a}$ con sus componentes forman un triángulo rectángulo. Si se piensan dichos vectores como si estuvieran superpuestos a los lados de dicho triángulo, se usan las funciones trigonométricas para calcular sus módulos.

$$a_x = a \cdot \cos(\phi)$$

$$a_y = a \cdot \sin(\phi)$$

Es decir, el vector proyección sobre el eje x es igual al módulo de $\vec{a}$ por el coseno del ángulo que forman la recta de acción del vector de $\vec{a}$ con el eje x, y el módulo del vector proyección sobre el eje y es igual al módulo de $\vec{a}$ por el seno del ángulo que forman la recta de acción del vector $\vec{a}$ con el eje x.



Conocer las componentes de un vector es sumamente importante a la hora de realizar operaciones entre los vectores.

Unidad 2

Anexo magnitudes, unidades y relación entre magnitudes

Magnitudes fundamentales

Tiempo:

Desde 1889 a 1967, la unidad de tiempo se definió como una cierta función del día solar medio (el tiempo medio entre llegadas sucesivas del Sol al cenit). El estándar actual, adoptado en 1967, es mucho más preciso; se basa en un reloj atómico que usa la diferencia de energía entre los dos estados energéticos más bajos del átomo de cesio. Cuando se bombardea con microondas de una determinada frecuencia, los átomos de cesio sufren una transición entre dichos estados. Se define un segundo como el tiempo requerido por 9192631770 ciclos de esta radiación.

Longitud

En 1960 se estableció también un estándar atómico para el metro, usando la longitud de onda de la luz naranja emitida por átomos de kriptón (⁸⁶Kr) en un tubo de descarga de luz. En 1983 el estándar se modificó de nuevo, esta vez de forma más radical. Se definió que la luz en el vacío es exactamente 299 792 458 m/s. Por definición el metro es consecuente con este número y con la definición anterior del segundo. La nueva definición de metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en $1/299792458$ s.

Masa

El 20 de mayo de 2019 su definición pasó a estar ligada con la constante de Planck, una constante de la mecánica cuántica que describe los paquetes de energía emitidos en forma de radiación. Esto permite que un laboratorio de metrología debidamente equipado calibre un instrumento de medición de masa como una balanza de potencia.

Estrictamente hablando: la masa se define al fijar el valor numérico de la constante de Planck: $h = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (julios por segundo), unidad igual a $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, donde el metro y el segundo se definen en función de c (velocidad de la luz en el vacío) y $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ (duración del segundo atómico).»⁸

De la relación exacta para el kilogramo en función de la constante de Planck $h = 6.626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, se obtiene según la expresión:

$$1 \text{ kg} = \left(\frac{h}{6,6260715 \cdot 10^{-34}} \right) \text{ ms}^{-2}$$

El sistema británico

El sistema inglés toma la libra como unidad fundamental de fuerza. La libra (lb) se define en función de la atracción gravitatoria de la Tierra en un lugar determinado sobre un cuerpo patrón. La unidad de masa se define entonces en función de la libra.

Como múltiplos y submúltiplos de la libra está la onza (on) y la tonelada (ton)

$$1 \text{ on} = 1/16 \text{ lb}$$

$$1 \text{ ton} = 2000 \text{ lb}$$

La unidad fundamental de longitud en este sistema es el pie (pie) y la unidad de tiempo es el segundo con la misma definición que la unidad SI. El pie se define como un tercio de la yarda (yd), y esta se define ahora en función del metro $1 \text{ yd} = 0,9144 \text{ m}$, pero original y tradicionalmente fue generada a partir de la longitud estándar de un brazo.

Como múltiplo y submúltiplo del pie están la pulgada (pulg), la yarda (yd) y la milla (mi):

$$1 \text{ pulg} = 1/12 \text{ pies}$$

$$1 \text{ yd} = 3 \text{ pies}$$

$$1 \text{ mi} = 5280 \text{ pies}$$

Conversión de unidades.

❖ Relación entre el sistema inglés y el SI

Longitud	1 pie	0,3048 m
fuerza	1 lb	4,448221615260 N (exactamente)

En este sistema la masa es una unidad derivada. La unidad de masa es el slug, que es la masa de un material acelerado a 1 pie/s^2 por una fuerza de una lb. La conversión a kilogramo viene dada por:

$$1 \text{ slug} = 14,59 \text{ kg}$$

Orden de magnitud.

Con frecuencia, al trabajar con magnitudes físicas no hay necesidad o interés en conocer, con precisión, el valor de la magnitud. En estos casos, basta conocer la potencia de 10 que más se aproxime a su valor. Es decir,

El orden de magnitud de un número es la potencia de 10 más próxima a este número.

Entonces, veamos:

Ejemplo 8: el orden de magnitud del número 92 es 10^2 porque 92 está comprendido entre 10 y 100, pero está más próximo a 10^2 .

Ejemplo 9: De la misma manera, el orden de magnitud de $0,00022 = 2,2 \cdot 10^{-4}$ es 10^{-4} .

Por tanto, si se conocen los órdenes de magnitud de diversas medidas, es fácil compararlas y podemos rápidamente distinguir la menor o la mayor entre ellas y las que son aproximadamente iguales.

Ejemplo 10: Así, dadas las medidas de longitud: $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $4 \cdot 10^2 \text{ m}$ y $7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, vemos que

- $3 \cdot 10^{-3}$ está comprendida entre 10^{-2} y 10^{-3} pero está más próxima a 10^{-3} . El *orden de magnitud es 10^{-3}* .
- $4 \cdot 10^2$ está comprendida entre 10^2 y 10^3 pero está más próxima a 10^2 . El *orden de magnitud es 10^2* .
- $7 \cdot 10^{-6}$ está comprendida entre 10^{-5} y 10^{-6} pero está más próxima a 10^{-5} . El *orden de magnitud es 10^{-5}* .

Los órdenes de magnitud son respectivamente 10^{-3} , 10^2 y 10^{-5} , y nos permiten comparar dichas medidas.

Es evidente, que si se observa el orden de magnitud de cada una de las medidas, en orden creciente $10^{-6} < 10^{-3} < 10^2$

Entonces resulta,

$$7 \cdot 10^{-6} < 3 \cdot 10^{-3} < 4 \cdot 10^2$$

Además, con frecuencia estamos en condición de obtener el orden de magnitud sin cálculos laboriosos, inclusive si no tenemos el valor de la magnitud medida. Por ejemplo: queremos determinar el orden de magnitud de gotas de agua que caben en una bañera.

$$1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{m} = 1\text{m}^3$$

Debemos inicialmente, determinar el orden de magnitud del volumen de una bañera común. Evidentemente, la longitud de una bañera estará comprendida entre 1 m y 10 m, es decir entre las siguientes potencias de 10: 10^0 m y 10^1 m . Es fácil percibir también que esa longitud está más próxima a 1 m. Por tanto, el orden de magnitud de la bañera es 1 m o 10^0 m . Con un razonamiento análogo llegamos a la conclusión de que las medidas, tanto de ancho como de profundidad están más próximas a 1 m, es decir, el orden de magnitud de ambas es de 1 m o 10^0 m . Así el orden de magnitud del volumen de la bañera es:

Para determinar el tamaño del volumen de la gota se puede imaginar que tiene forma cúbica – recordar que estamos estimando órdenes de magnitud- cuya arista está comprendida entre 1 mm (10^{-3} m) y 1 cm (10^{-2} m). Pero es evidente que, para una gota común, dicha arista será más próxima a 1 mm. Por tanto el orden de magnitud del volumen de la gota es: $10^{-3} \text{ m} \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 10^{-3} \text{ m} = 10^{-9} \text{ m}^3$

El orden de magnitud del número de gotas que caben en la bañera es, entonces

$$\frac{1\text{m}^3}{10^{-9} \text{ m}^3} = 10^9 \text{ gotas} \quad \text{es decir ;mil millones de gotas!}$$

En realidad, nadie se preocupa por el número de gotas en una bañera, pero, por ejemplo, cabe preguntar ¿cuántos ladrillos hay en determinado edificio? Alguien tuvo que calcular la cantidad de ladrillos necesarios para ese edificio con el fin de calcular el costo e incluirlo en el presupuesto...

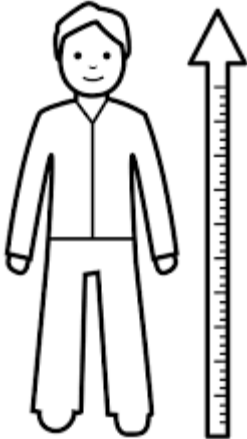


Anexo B. ERRORES E INCERTIDUMBRES

1. INTRODUCCIÓN

Una magnitud física es un atributo de un cuerpo, un fenómeno o una sustancia, que puede determinarse cuantitativamente, es decir, es un atributo susceptible de ser medido. Ejemplos de magnitudes son la longitud, la masa, la potencia, la velocidad, etc.

A la magnitud de un objeto específico que estamos interesados en medir, la llamamos **mesurando**. Por ejemplo, si quisiéramos medir la longitud de una barra, esa longitud específica será el **mesurando**.

MENSURANDO: altura de la persona	MENSURANDO: ancho de la puerta
	

Para establecer el valor de un **mesurando** tenemos que usar instrumentos de medición y un método de medición. Asimismo, es necesario definir unidades de medición. Por ejemplo, si deseamos medir el largo de una mesa, el instrumento de medición es una cinta métrica. Si hemos elegido el Sistema Internacional de Unidades (SI), la unidad será el metro y la cinta métrica para usar deberá estar calibrada en esa unidad (o submúltiplos). El método de medición consistirá en determinar cuántas veces la cinta métrica y fracciones de ella entran en la longitud buscada.

En ingeniería, el concepto de error tiene un significado diferente del uso habitual de este término en el lenguaje coloquial cotidiano. Coloquialmente, es usual el empleo del término error como análogo o equivalente a equivocación. En ingeniería, el error, como veremos en lo que sigue, está más bien asociado al concepto de incerteza en la determinación del resultado de una medición. Más precisamente, lo que procuramos en toda medición es conocer las cotas (o límites probabilísticos) de estas incertezas, es decir, el intervalo de números reales dentro del cual se puede encontrar el valor de la medición. Se establece un intervalo $(x - \Delta x ; x + \Delta x)$, donde es más probable encontrar el valor de la magnitud x . Este mejor valor x es el más representativo de nuestra medición y a Δx lo denominamos la incerteza o error absoluto de la medición.



2. EL PROCESO DE OBSERVACIÓN

Atendiendo al método de trabajo de cada disciplina podemos decir que tanto la Física como la Química, en su calidad de ciencias experimentales, la medida constituye una operación fundamental. Las descripciones del mundo físico se refieren a magnitudes o propiedades medibles. Las unidades, como cantidades de referencia a efectos de comparación, forman parte de los resultados de las medidas. Cada dato experimental se acompaña de su error o, al menos, se escriben sus cifras de tal modo que reflejen la precisión de la correspondiente medida.

Se consideran ciencias experimentales aquellas que por sus características y, particularmente por el tipo de problemas de los que se ocupan, pueden someter sus afirmaciones o enunciados al juicio de la experimentación. En un sentido científico la experimentación hace alusión a una observación controlada; en otros términos, experimentar es reproducir en el laboratorio el fenómeno en estudio con la posibilidad de variar a voluntad y de forma precisa las condiciones de observación.

En el siguiente cuadro se muestran dos tipos de observaciones y su relación.

OBSERVACIÓN	
SIMPLE	EXPERIMENTAL
Observador PASIVO	Observador ACTIVO
EJEMPLO: mira como caen las hojas de los árboles en el otoño. 	• Provoca la aparición del fenómeno. • Controla variables para aislar su influencia sobre parámetros, constantes u otras variables que pretende estudiar. • Repite las observaciones todas las veces que considere necesarias. 

Analicemos sobre el proceso de experimentación: se quieren estudiar los factores de qué depende quedando el problema es determinar las constantes, variables y/o parámetros en juego. Es decir, en primer lugar, se deben diferenciar:



Constantes: características determinadas por el problema en cuestión y que no sufren variaciones en el transcurso del experimento.

Parámetros: ciertas cantidades que se controlan durante el proceso de medición pero que eventualmente se pueden variar como temperatura, presión atmosférica, etc.

Variables: cantidades que están directamente involucradas en el fenómeno en estudio y que pueden modificarse durante el experimento, sólo se deben considerar las relevantes para el problema particular.

Recordando lo visto en la unidad 1 sobre el método del método científico, ahora corresponde plantear las **hipótesis** de trabajo y el **diseño experimental** correspondiente.

Se realiza el nuevo diseño experimental y se toman las mediciones correspondientes. En función de los resultados se concluye que es necesario ampliar el alcance de las hipótesis. Una vez agotadas las posibles variables se procede a la búsqueda del **modelo** matemático que represente las condiciones determinadas.

La historia de la física y la química pone de manifiesto que la experimentación ha desempeñado un doble papel en su desarrollo. Con frecuencia, los experimentos científicos sólo pueden ser entendidos en el marco de una teoría que orienta y dirige al investigador sobre qué es lo que hay que buscar y sobre qué hipótesis deberán ser contrastadas experimentalmente. Pero, en ocasiones, los resultados de los experimentos generan información que sirve de base para una elaboración teórica posterior. Este doble papel de la experimentación como juez y guía del trabajo científico se apoya en la realización de medidas que facilitan una descripción de los fenómenos en términos de cantidad. La medida constituye entonces una operación clave en las ciencias experimentales.

Para las ciencias del hombre (clasificación que se les da a las ciencias fácticas que no son naturales), hay formas de conocimiento que no requieren necesariamente de una expresión numérica. Para la física, una magnitud puede conocerse cuando es susceptible de ser expresada mediante números.

La operación que permite expresar una propiedad o atributo físico en forma numérica es precisamente la **medida**.

3. MAGNITUDES Y MEDIDA

3.1. Magnitud, cantidad y unidad

La noción de magnitud está inevitablemente relacionada con la de medida. Se denominan magnitudes a ciertas propiedades o aspectos observables de un sistema físico que pueden ser expresados en forma numérica. En otros términos, las magnitudes son propiedades o atributos medibles.



La longitud, la masa, el volumen, la fuerza, la velocidad, la cantidad de sustancia son ejemplos de magnitudes físicas. La belleza, sin embargo, no es una magnitud, entre otras razones porque no es posible elaborar una escala y mucho menos un aparato que permita determinar cuántas veces una persona o un objeto es más bello que otro. La sinceridad o la amabilidad tampoco lo son. Se trata de aspectos cualitativos porque indican cualidad y no cantidad. En el lenguaje de la física la noción de cantidad se refiere al valor que toma una magnitud dada en un cuerpo o sistema concreto; la longitud de una mesa, la masa de una moneda, el volumen de un lapicero, son ejemplos de cantidades.

Una cantidad seleccionada como referencia se denomina unidad y el sistema físico que encarna la cantidad considerada como unidad se denomina patrón, temas ya desarrollados en la unidad anterior.

3.2. La medida como comparación

La medida de una magnitud física supone la comparación del objeto que encarna dicha propiedad con otro de la misma naturaleza que se toma como referencia y que constituye el patrón. La medida de longitudes se efectuaba en la antigüedad empleando una vara como patrón, es decir, determinando cuántas veces la longitud del objeto a medir contenía a la del patrón. La vara, como predecesora del metro de sastre, ha pasado a la historia como una unidad de medida equivalente a 835,9 *mm*. Este tipo de comparación inmediata de objetos corresponde a las llamadas medidas directas.

Con frecuencia, la comparación se efectúa entre atributos que, aun cuando están relacionados con lo que se desea medir, son de diferente naturaleza. Tal es el caso de las medidas térmicas, en las que comparando longitudes sobre la escala graduada de un termómetro se determinan temperaturas. Esta otra clase de medidas se denominan medidas indirectas.

Ningún experimento en el que se mide una cierta magnitud es absolutamente preciso, es decir, el resultado de la medida no coincide exactamente con el valor real de la magnitud. Si queremos utilizar el experimento para comprobar una teoría (o también para caracterizar un producto que va a ser comercializado) es necesario estimar la desviación del valor medido con respecto al valor real. La teoría de errores estudia cómo estimar esta desviación. En estas notas se explica qué es la incertidumbre de una medida, cómo se calcula y cómo deben expresarse los resultados de las medidas.

Toda medida debe de ir seguida por la unidad, obligatoriamente del Sistema Internacional de Unidades de medida (SI).

Cuando un físico mide algo debe tener gran cuidado para no producir una perturbación en el sistema que está bajo observación. Por ejemplo, cuando medimos la temperatura de un cuerpo, lo ponemos en contacto con un termómetro. Pero cuando los ponemos juntos, algo de energía o "calor" se intercambia entre el cuerpo y el termómetro, dando como resultado un pequeño cambio en la temperatura del cuerpo que deseamos medir. Así, el instrumento de medida afecta de algún modo a la cantidad que deseábamos determinar.



Además, todas las medidas están afectadas en algún grado por un error experimental debido a las imperfecciones inevitables del instrumento de medida, o las limitaciones impuestas por nuestros sentidos que deben de registrar la información.

El proceso de medición entonces nos remite a la interacción entre: el sistema objeto, el sistema de medición (aparato de medición) y el sistema de comparación (patrones). En esta operación de la física experimental intervienen necesariamente los tres sistemas siguientes:

- a) **sistema objeto** que se quiere medir
- b) sistema de medición o **instrumento** de medida
- c) sistema de comparación o **de medida**

En el primer paso de este proceso hay una interacción entre el instrumento de medición y la unidad patrón – **CALIBRACIÓN**. Los patrones de referencia deben cumplir con las condiciones de: accesibilidad, invariabilidad y repetitividad.

En el segundo paso el instrumento calibrado interactúa con el objeto – este momento representa la **MEDICIÓN** propiamente dicha.

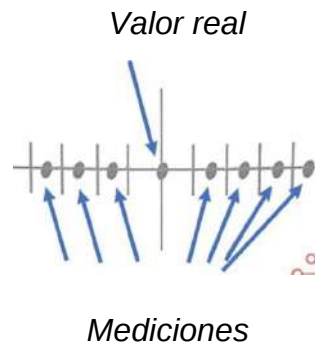
Cada proceso de medición define una cantidad física, es decir que:

Todo resultado experimental o medida hecha en el laboratorio debe de ir acompañada del valor estimado del error (incerteza) de la medida y a continuación, las unidades empleadas.

3.3. Errores e Incertidumbre en las medidas

En un procedimiento experimental obtenemos el valor de una magnitud X, si repetimos varias veces la medición, se nota que los valores no coinciden exactamente con el valor real de dicha magnitud. La diferencia entre el valor real y el valor medido se llama error o incerteza de la medida: $\epsilon = X_{med} - X_{real}$

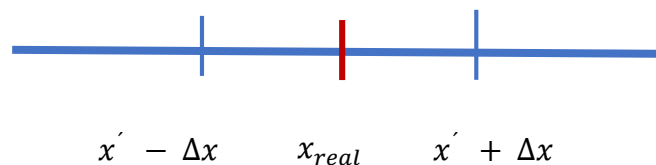
La operación de medir una cantidad física (directa o indirectamente) implica, en principio que la cantidad tiene un valor perfectamente definido llamado “**valor verdadero o teórico**”. Este valor teórico corresponde en general a un modelo matemático o físico propio de la naturaleza de la cantidad a medir. El error o incerteza en la medición tiene diferentes orígenes, no siempre debido al observador. Los errores pueden clasificarse, según su origen, en sistemáticos y accidentales.



- ✓ Al realizar una medición se obtiene un valor numérico, llamado *valor medido* o *valor observado*, que está siempre afectado por un error. No existen ni instrumentos ni métodos de medición exactos.
- ✓ Al informar el resultado de una medición es necesario disponer de alguna indicación acerca de la “confiabilidad”. Esto se logra incluyendo en el resultado el error cometido.
- ✓ La calidad de la medición depende del valor de su error. En las determinaciones experimentales se trata de obtener los menores errores posibles.
- ✓ La expresión correcta del resultado de una medición se debe indicar de la siguiente forma:

$$X = x' \pm \Delta x$$

El error es siempre desconocido, pero puede estimarse una cota superior para su valor absoluto. Esta cota se denomina *incertidumbre absoluta* de la medida y se denota por ΔX . De la definición de error y de incertidumbre deducimos que el valor real de la medida se encuentra en el intervalo: $X_{REAL} = (x' - \Delta x; x' + \Delta x)$ donde x' es el valor medido. Gráficamente podemos representar esta situación de la siguiente forma:



Ejemplo: al medir una cierta distancia hemos obtenido: $d = (297 \pm 2)$ mm. De este modo entendemos que la medida de dicha magnitud está en alguna parte entre 295 mm y 299 mm. En realidad, la expresión anterior no significa que se está seguro de que el valor verdadero esté entre los límites indicados, sino que hay cierta probabilidad de que esté ahí.



En resumidas cuentas:

- ✓ El error cometido al medir depende de la bondad del método utilizado, la calidad de los instrumentos y de la habilidad del observador para efectuar la medición.
- ✓ A veces es útil comparar el error de una medida con el valor de esta. Se define para ello la *incertidumbre relativa* de una medida como el cociente:

$$d = \frac{\Delta X}{X'}$$

Admitiendo que $\Delta X \ll X'$. La incertidumbre relativa es un índice de la precisión de la medida. Es normal que la medida directa o indirecta de una magnitud física con aparatos convencionales tenga una incertidumbre relativa del orden del uno por ciento o mayor. Incertidumbres relativas menores son posibles, pero no son normales en un laboratorio escolar.

También podemos calcular la incertidumbre relativa porcentual:

$$d_{\%} = \frac{\Delta X}{X'} \cdot 100\%$$

- ✓ Se define **precisión** como la inversa de la incertidumbre relativa $k = \frac{X'}{\Delta X}$

Ejemplo: la medida de la longitud de un objeto obtenida con una regla es 1 metro, considerando que el error absoluto es de 2mm, entonces el error relativo es: $d = \frac{\Delta X}{X'} = 2mm/1000mm = 0.002$, la incertidumbre relativa porcentual será 0,2% La precisión de la medición, la inversa del error relativo para este ejemplo es: $k = \frac{X'}{\Delta X} = 1000mm/2mm = 500$.

Cuanto MAYOR es la precisión, MEJOR es la calidad de la medición.

3.4. Clasificación de los errores

Existen distintas formas de clasificar los errores:

- **Errores groseros:** debido a equivocaciones del experimentador, a errores de cálculo, al empleo de una escala inapropiada, al desplazamiento del cero de la regla, etc. Para evitar los errores groseros se aconseja medir varias veces la misma cantidad.



Ejemplo: se efectúan seis mediciones el ancho de una tabla que arroja los siguientes resultados

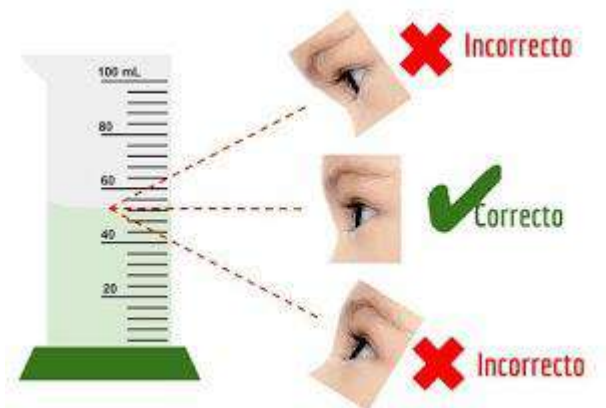
$l_1 = 11,3 \text{ cm}$, $l_2 = 11,4 \text{ cm}$, $l_3 = \mathbf{13,4 \text{ cm}}$, $l_4 = 11,4 \text{ cm}$, $l_5 = 11,5 \text{ cm}$.



Evidentemente el tercer valor procede de un cálculo erróneo pues los demás valores se conservan dentro de un entorno pequeño es decir que esta cantidad debe ser descartada al efectuar el promedio de las mediciones.

Resumiendo, los errores groseros deben eliminarse en todo proceso de medición.

- **Errores sistemáticos**, provienen de un defecto en el instrumento de medida, de la aplicación de un método erróneo, de la acción permanente de una causa exterior, etc.



Estos errores pueden clasificarse, en lo relativo a causa y origen:

1) *Errores debidos al observador* como consecuencia de dificultades en las percepciones: vista oído, respuestas motrices retrasadas, etc. **SOLUCIÓN:** empleo de instrumentos con espejos o digitales, etc.



2) *Inherentes al instrumento de medición*: escala defectuosa, condiciones deficientes de funcionamiento, graduación de la escala equivocada, limbo de medición descentrado, brazos de desiguales de una balanza, etc. **SOLUCIÓN**: detectar el error de cero para poder eliminar el error sumando o restando la correspondiente cantidad.

3) *Correspondientes al método de medida* causados por el propio hecho de la observación, Suponer que el rozamiento del péndulo con el aire es totalmente nulo. **SOLUCIÓN**: contar oscilaciones hasta que comience a cambiar significativamente el tiempo empleado.

4) *Producidos por fuentes externas* al proceso de medición. **SOLUCIÓN**: compensar mediante un diseño experimental apropiado la deficiencia detectada.

Ejemplo: El acompañante de un conductor observa en el velocímetro marca 90 km/h cuando en realidad el mismo se desplaza a 100 km/h, seguramente el ángulo de observación hace que la medición resulte errónea. Este error es conocido como error de paralaje y puede corregirse.

Los errores sistemáticos poseen el mismo signo al repetirse mediciones en condiciones similares. Demandan del experimentador habilidad para detectarlos y corregirlos.

• **Errores casuales**, si una cantidad se mide varias veces con el mismo instrumento y en condiciones similares, los resultados difieren entre sí (desde luego supuesto eliminados los errores groseros). Estas diferencias, en general muy pequeñas, son debidas de factores difícilmente controlables, que pueden atribuirse a:

- ✓ Pequeñas variaciones en las condiciones ambientales (temperatura, presión, humedad, dirección y velocidad del viento, etc.).
- ✓ El observador, (variaciones en la atención, fatiga visual, etc.).
- ✓ El instrumento de medición (tensiones accidentales en los soportes del instrumento, movimiento browniano, etc.).
- ✓ Errores de apreciación (al realizar lecturas sobre escalas graduadas)

Los errores casuales son de naturaleza estadística y a ellos se refiere en la teoría estadística de errores.

Ejemplo: si se practica tiro al blanco con viento de dirección y/o intensidad variable, los disparos estarán distribuidos al azar según las condiciones meteorológicas, a una ubicación incorrecta del observador, imperfección del arma, etc.

Eliminados los errores sistemáticos y suponiendo que no se cometen errores groseros, quedan aún los casuales. Dentro de los casuales está el Error de apreciación.



Se define como apreciación a la mínima división de la escala graduada, el dígito menos significativo en una pantalla digital, su signo es conocido por el experimentador. Un observador experimentado con el instrumento puede medir más allá de la mínima división.

El error de apreciación es el máximo error casual posible.

Finalmente:

- ✓ Una **medida exacta** es aquella en la cual los **errores sistemáticos son nulos** (o muy pequeños)
- ✓ Una **medida precisa** es aquella en la cual los **errores casuales** (al azar) son pequeños.

Sintéticamente:

Disminuir errores SISTEMÁTICOS CASUALES DE APRECIACIÓN	Aumenta EXACTITUD PRECISIÓN SENSIBILIDAD
---	---



Función de varias variables

La magnitud y viene determinada por la medida de varias magnitudes p, q, r , etc., con la que está ligada por determinada relación funcional $f = f(x, y, z, r \dots)$.

Supongamos que la cantidad L se obtiene como **suma** de otras dos cantidades:

Teniendo $X = X' \pm \Delta X$ e $Y = Y' \pm \Delta Y$ dos valores medidos con sus correspondientes incertezas, que quiere obtener $L = X + Y$, donde $L = L' \pm \Delta L$

Entonces:

$$L = (X' \pm \Delta X) + (Y' \pm \Delta Y) = (X' + Y') + (\pm \Delta X \pm \Delta Y)$$

$$L - (X' + Y') = L - L' = \Delta L = (\pm \Delta X \pm \Delta Y)$$

El máximo de la expresión se producirá cuando todos los términos que definen ΔL tengan el mismo signo. Es decir: $\Delta L = \Delta X + \Delta Y$

Se adoptará el máximo valor de ΔL como el error de apreciación de L . Este error define un

entorno alrededor de L' dado por: $L = L' \pm \Delta L$

Resumiendo....la suma tendrá una parte medida y una parte de error

$$L = L' \pm \Delta L$$

$$L' = x' + y'$$

$$\Delta L = \Delta x + \Delta y$$

Ejemplo:

Queremos calcular el perímetro de un triángulo escaleno, para ello se midieron los lados con una regla milimetrada, obteniéndose los siguientes resultados:

$$a = (137,0 \pm 0,5) \text{ mm}, b = (65,0 \pm 0,5) \text{ mm} \text{ y } c = (78,0 \pm 0,5) \text{ mm}.$$

$$P = a + b + c = (137,0 \pm 0,5) \text{ mm} + (65,0 \pm 0,5) \text{ mm} + (78,0 \pm 0,5) \text{ mm}$$

$$= (137,0 + 65,0 + 78,0) \pm (0,5 + 0,5 + 0,5) \text{ mm} = (280,0 \pm 1,5) \text{ mm}$$

$$\text{Es decir: } P = (280 \pm 2) \text{ mm}$$

De igual forma que en la suma si la cantidad L se obtiene como **diferencia** entre las cantidades x e y , es decir $L = x - y$, entonces se tiene que,



Acotando el error por exceso, de acuerdo a la definición dada anteriormente, se obtiene:

$$\Delta L = \Delta x + \Delta y$$

Resumiendo....la diferencia tendrá una parte medida y una parte de error

$$L = L' \pm \Delta L$$

$$L' = x' - y'$$

$$\Delta L = \Delta x + \Delta y$$

Ejemplo:

Se quiere determinar la variación de temperatura de un líquido. Por esa razón se midieron en dos oportunidades las temperaturas del mismo, obteniéndose los siguientes valores:

$$T_1 = (10 \pm 1) ^\circ\text{C} \text{ y } T_2 = (25 \pm 1) ^\circ\text{C}$$

$$\text{Finalmente: } \Delta T = T_2 - T_1 = (25 - 10) \pm (1 + 1) ^\circ\text{C} = (15 \pm 2) ^\circ\text{C}$$