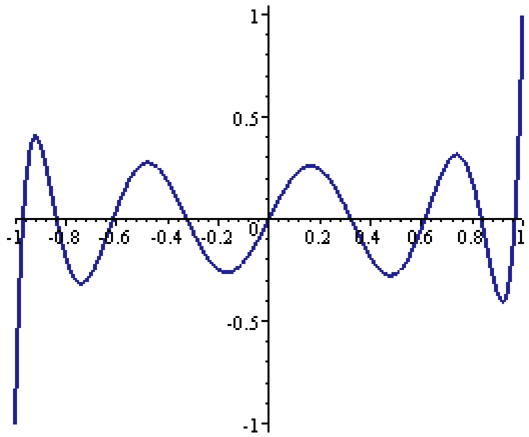
Polinomios de Legendre

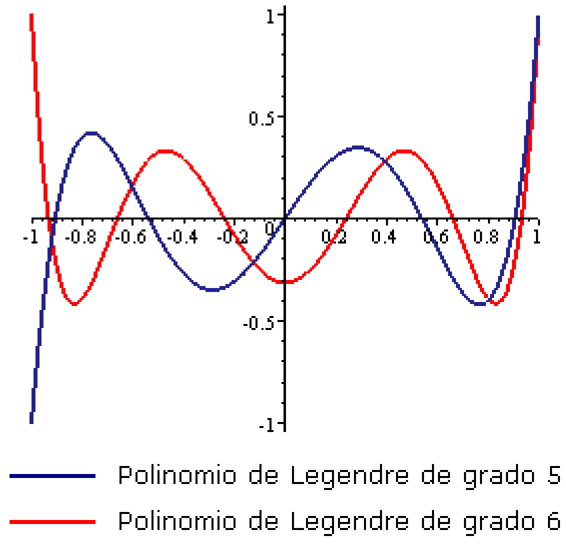
Los polinomios de Legendre son una familia de polinomios ortogonales, soluciones de la ecuación diferencial:

$$(1-x^2)\cdot y''-2\cdot x\cdot y'+n\cdot(n+1)\cdot y=0$$

En la siguiente figura, se muestra la gráfica de la función asociada al polinomio de Legendre de grado 9. En la misma, se puede observar que las 9 raíces son reales y distintas, se encuentran en (-1, 1) y son simétricas respecto del origen de coordenadas.



Una propiedad que verifican los ceros de dos polinomios de Legendre de órdenes sucesivos es que entre dos ceros consecutivos de un polinomio de grado n hay uno solo de los de cada polinomio de grado n-1 ó n + 1.



Existe una fórmula de recurrencia para obtener los polinomios de Legendre de distintos grados. La misma está dada por:

$$P_0(x) = 1$$
$$P_1(x) = x$$
$$P_n(x) = \frac{(2n-1)x}{n} P_{n-1} - \frac{n-1}{n} P_{n-2} \qquad n \geq 2$$

Así, algunos polinomios de Legendre son:

Grado	*Polinomio de Legendre*
2	$\frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{2}$
3	$\frac{5}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x$
4	$\frac{35}{8} \cdot x^4 - \frac{15}{4} \cdot x^2 + \frac{3}{8}$
5	$\frac{63}{8} \cdot x^4 - \frac{35}{4} \cdot x^3 + \frac{15}{8} \cdot x$
6	$\frac{231}{16} \cdot x^6 - \frac{315}{16} \cdot x^4 + \frac{105}{16} \cdot x^2 - \frac{5}{16}$